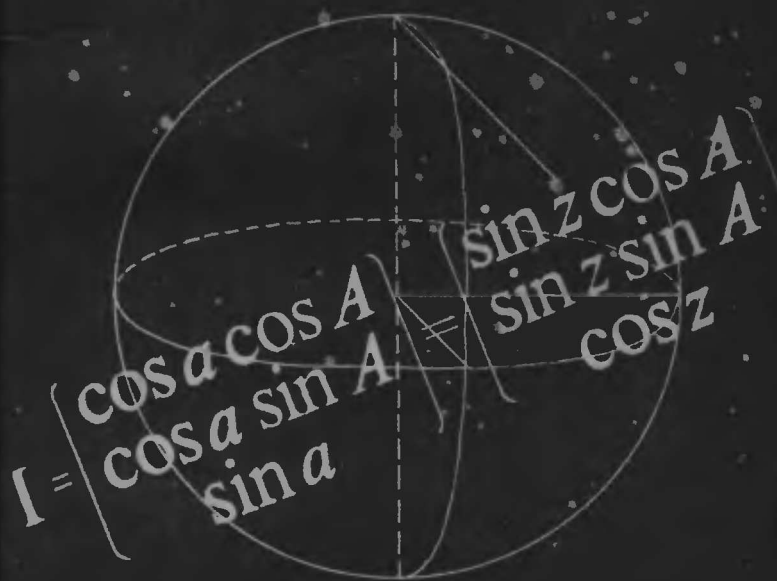


П. Даффет-Смит

ПРАКТИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ С КАЛЬКУЛЯТОРОМ



Издательство **МИР** Москва

PRACTICAL ASTRONOMY
WITH YOUR CALCULATOR

Peter Duffett-Smith

University Demonstrator
Mullard Radio Astronomy Observatory,
Cavendish Laboratory,
and Fellow of Downing College, Cambridge

Second edition

Cambridge University Press
Cambridge
London New York New Rochell Melbourne Sydney

П. Даффет-Смит

**ПРАКТИЧЕСКАЯ
АСТРОНОМИЯ
С КАЛЬКУЛЯТОРОМ**

Перевод с английского
Д. А. Птицына и Н. Е. Пискунова
под редакцией
канд. физ.-мат. наук
Г. А. Лейкина

Москва «Мир»

1982

ББК 22.6
Д 21
УДК 52

Даффет-Смит П.

Д 21 Практическая астрономия с калькулятором: Пер.
с англ. — М., Мир, 1982. — 176 с., ил.

Автор, сотрудник Кавендишской лаборатории (Англия), написал практическое руководство по выполнению расчетов, наиболее часто встречающихся в работе астронома-наблюдателя, геодезиста или любителя астрономии (переход от одной системы координат к другой, определение условий видимости светила или различных небесных явлений, вычисление эфемерид и т. п.). Решение каждой задачи сопровождается детальной инструкцией и схемой вычислений на простейшем калькуляторе.

Для любителей астрономии и студентов, а также для специалистов, которым приходится решать задачи практической астрономии.

Д 1705040000-112
041(01)-82 89-82, ч. 1.

ББК 22.6

Редакция литературы по космическим исследованиям,
астрономии и геофизике

© Cambridge University Press, 1979, 1981

© Перевод на русский язык, «Мир», 1982

Предисловие редактора перевода

Предлагаемый вниманию советского читателя перевод небольшой по объему книги П. Даффет-Смита — одно из первых пособий по астрономии, рассчитанных на использование микрокалькуляторов. Перевод был осуществлен по второму изданию этой книги.

Готовясь к наблюдениям, астроном оценивает условия наблюдения светил и явлений, периоды их видимости, положение светил на небесной сфере, обстоятельства наблюдения затмений и т. д. Все это является предметом практической астрономии, которой и посвящена настоящая книга. Каждый ее параграф содержит подкрепленный примером рецепт решения задачи практической астрономии. Несколько выпадает из общего стиля лишь § 52 о возмущениях планетных орбит, имеющий скорее иллюстративный характер.

Хотя книга безусловно представляет интерес для любого читателя, интересующегося наблюдательными аспектами астрономии, она рассчитана на астронома-любителя, и точность, которую обеспечивают содержащиеся в ней своеобразные программы вычислений, не очень велика (каждый раз она оценивается автором). Читателю, который хочет провести вычисления с большей точностью, придется дополнить приводимые автором программы, пользуясь сведениями, содержащимися, например, в книге В. К. Абалакина «Основы эфемеридной астрономии» (М.: «Наука», 1979) или в постоянной части Астрономического календаря (последнее издание вышло в 1981 г.).

Для вычислений можно пользоваться практически любым отечественным калькулятором для инженерных расчетов или программируемым калькулятором (например,

«Электроника» СЗ-15, БЗ-18, БЗ-36, БЗ-34 и др.). Более подробные сведения об устройстве и работе калькуляторов можно найти, например, в книгах В. Гильде и З. Альтрихтера «С микрокалькулятором в руках» (М.: «Мир», 1980) и Г. Кройля «Что умеет мой микрокалькулятор» (М.: «Мир», 1981).

Исходные данные, помимо приводимых в книжке, читатель может найти в переменной части Астрономического календаря (выпускается ежегодно издательством «Наука»), «Справочнике любителя астрономии» П. Г. Куликовского (последнее издание выпущено издательством «Наука» в 1971 г.) и в «Астрономическом ежегоднике СССР» (выпускается ежегодно и распространяется через магазины «Академкниги»).

Как правило, в книге не приводится вывод формул его можно найти в уже упоминавшейся книге В. К. Абакина и в университетских курсах сферической астрономии и небесной механики.

В некоторых случаях терминология автора несколько отличается от принятой в отечественной литературе. Так, например, в отечественной литературе планеты, располагающиеся ближе к Солнцу, чем Земля, обычно называют нижними, а дальше — верхними. Автор вместо этого говорит о внутренних и внешних планетах. Вместо позиционного угла светлого лимба (§ 55) в отечественной литературе обычно говорят о позиционном угле экватора интенсивности и т. д. Однако во всех случаях автор дает определение используемых терминов, так что недоразумения исключены.

Следует также иметь в виду, что на территории Советского Союза постановлением Совета Министров СССР «О порядке исчисления времени на территории СССР», принятым в конце 1980 г., установлены новые границы часовых поясов. Этим же постановлением предусмотрено введение на территории СССР летнего времени: ежегодно с 0 часов первого апреля все часы переводятся на один час вперед, а в 0 часов первого октября — на один час назад. Таким образом, с октября по март «московское время» соответствует времени третьего часового пояса, а с апреля по сентябрь — четвертого и опережает всемирное время соответственно на 3 и 4 часа.

Заметим в заключение, что поскольку в оригинале книжка предназначалась для астрономов-любителей, живущих в англоязычных странах, где нерабочие дни часто приходятся на религиозные праздники, в ряде случаев условия видимости светил рассчитываются на эти даты.

Г. Лейкин

Предисловие ко второму изданию

«Практическая астрономия с калькулятором» написана для тех, кто в практических целях или ради удовольствия хочет вычислить положения и условия наблюдения небесных тел и примечательных явлений, таких как затмения. Я старался сократить путь через сложности и трудности строгой математики, учитывая только те факты, которые существенны для данного расчета, и игнорируя поправки, необходимые для очень точных предсказаний астрономических явлений. Предлагаемый мной метод обычно оказывается достаточно точным для любителей астрономии, если не говорить о самых требовательных из них, однако этот метод не следует использовать для навигации. Например, время восхода и захода Солнца определяется с точностью до одной минуты, а положение Луны — до одной пятой градуса.

Отвечая на письма и просьбы читателей, я включил во второе издание довольно большой дополнительный материал. Исправлены также замеченные ошибки (хотя нет сомнений, что в этом издании обнаружатся новые) и, кроме того, данные для орбитальных расчетов отнесены к эпохе 1980 январь 0,0.

Я весьма признателен всем, кто взял на себя труд сообщить мне свои предложения, замечания и поправки, в частности С. Хэту, Е. Р. Вуду и С. Гарвею (который составил номограмму для решения уравнения Кеплера). Я хотел бы также выразить благодарность и признательность авторам, чьи книги я прочел и чьи идеи заимствовал, в особенности Жану Меусу («Астрономические формулы для калькуляторов») и В. Шредеру («Практическая астрономия»).

Я приношу также благодарность д-ру Энтони Уинтеру,

который предложил мне написать эту книгу, г-же Данн, чье мастерство машинистки делает ее любимцей каждого автора, д-ру Ги Пулей, который прочитал рукопись и дал множество полезных советов, и д-ру Саймону Миттону, старшему редактору Cambridge University Press, вложившему так много труда в эту книгу.

Приведенные в книге примеры считались при помощи карманного калькулятора Hewlett Packard HP67.

Об этой книге и как ею пользоваться

Мы часто задаем вопросы: «а будет ли виден в этом месяце Меркурий?» или «какова фаза Луны в следующий вторник?» или даже «смогу ли я наблюдать затмение в Бостоне?». Возможно, вам удастся найти ответ в газете или посмотреть в библиотеке Астрономический ежегодник. Может быть, вы даже получаете какой-либо астрономический журнал, содержащий нужные сведения. Но я подозреваю, что вам не придет в голову сесть и рассчитать все это самому, хотя в наш век карманной микроинтегрированной интегральной электроники выполнить такие расчеты под силу каждому. Даже если вы не слишком сведущи в математике, вы сможете найти ответ почти любой заинтересовавшей вас астрономической задачи. Нужны всего лишь эта книга, калькулятор, лист бумаги, карандаш и простая линейка. Следуя шаг за шагом несложной инструкции из параграфа, посвященного вашей задаче, вы получите ответ.

Ваш калькулятор не должен быть слишком сложным и дорогим, но, с другой стороны, он должен выполнять не только четыре арифметических действия. Как минимум, калькулятор должен давать синус, косинус, тангенс (и обратные им функции) для любого угла, выраженного в градусах или радианах (не пользуйтесь калькуляторами, работающими в ограниченном диапазоне углов!). Ваш калькулятор должен также давать квадратные корни и логарифмы чисел. Другие возможности не очень важны, хотя, конечно, они облегчают вычисления. Например, очень полезно наличие нескольких регистров памяти, в которых можно хранить промежуточные результаты. Если у вас программируемый калькулятор, то вы можете составить программу и выполнять большую часть расчетов автоматически, сберегая время и силы, — с моим калькулятором я так и поступаю.

Сейчас в продаже имеется множество различных

калькуляторов, и цены на них, по-видимому, продолжают снижаться. Разумеется, с более «умелым» устройством вам будет работать гораздо легче. Выбирая калькулятор, не очень прислушивайтесь к аргументам о преимуществах той или иной логической схемы, заложенной в его устройство. Каждая имеет свои достоинства, и любая позволяет проводить вычисления одинаковой сложности. Важно тщательно прочесть инструкцию и досконально изучить ваш новый калькулятор, чтобы быстро и точно вести расчеты. Убедитесь, что вы «чувствуете» клавиатуру и что однократное нажатие клавиши приводит к появлению на индикаторе одной цифры, а не нескольких, как бывает, когда калькулятор отзывается на дрожащее или слабое нажатие. Наконец, обратите внимание на дополнительные возможности, которые могут оказаться полезными — например на клавишу преобразования времени или угла, выраженного в часах, минутах и секундах, в десятичные доли часа; клавишу, посредством которой любой угол (положительный или отрицательный) переводится в интервал $0-360^\circ$, и клавишу преобразования прямоугольных координат в полярные (ее можно использовать для исключения многозначности при вычислениях с круговыми функциями).

Повторяя вычисления в рабочих примерах, приведенных в книге, не тревожьтесь, если последняя значащая цифра в ваших расчетах не совпадает с моей. Это обычно бывает связано с различием внутренней точности наших калькуляторов (т. е. числом значащих цифр, с которыми оперирует калькулятор). Если внутренняя точность вашего калькулятора семь или восемь значащих цифр, ошибка конечного результата будет достаточно мала. Здесь уместно сказать несколько слов о микропроцессорах; эти устройства, подобно всем вычислительным системам, требуют использования языка программирования. Многие языки для относительно маломощных вычислительных систем (например, Бейсик) используют для превращения десятичного числа в двоичную форму четыре байта, что дает точность всего лишь в шесть или в лучшем случае семь значащих цифр. Приходится принимать специальные меры, чтобы ошибки округления не оказались существенными.

Что же нужно делать, имея в руках письменные принадлежности, калькулятор и эту книгу? Разберем в качестве примера задачу об определении времени восхода Луны. Обратимся к оглавлению; оно отошлет нас к § 66, где вы найдете краткие пояснения и инструкцию с детально разобранным примером. Чтобы выполнить расчет, даже не обязательно читать все пояснение. Во всяком случае, я стремился сделать описания по возможности краткими и не пытался выводить формулы. Если вас интересует, как эти формулы получены, следует обратиться к учебникам по сферической астрономии, таким, например, как превосходный курс сферической астрономии У. Смарта (Cambridge University Press, 1977). После выполнения соответствующей инструкции запишите ее номер и полученный результат, как это обычно делается. Это поможет вам следить за ходом работы, а затем и при проверке результата. Если вы будете недостаточно методичны, верное решение задачи может оказаться недостижимым.

Во многих случаях в ходе вычислений вам придется обращаться к другим разделам. Например, второй шаг операции «Восход Луны» отошлет вас к § 62. Выполните инструкцию этого параграфа и вернитесь обратно, чтобы выполнить следующую операцию — 3. Удобно иметь несколько полосок бумаги и использовать их в качестве закладок.

Эта книга, разумеется, не предназначена для замены Астрономического ежегодника. Вряд ли кому-либо удастся конкурировать со сложными вычислительными машинами, используемыми для его составления. Однако точность описанных в книге методов достаточна в большинстве случаев, когда простота важнее точного определения n -го знака результата. Если в вашем распоряжении имеется вычислительная машина, можно воспользоваться книгой и составить программы, позволяющие воспроизводить на экране дисплея события, развертывающиеся в Солнечной системе, с точностью, превосходящей разрешение экрана. Но многие из нас получают достаточно большое удовлетворение, рассчитывая ход светил и предсказывая астрономические явления почти со сказочной точностью с помощью обычного карманного калькулятора.

Время

Астрономы всегда имеют дело со временем и его измерением. Если вы читали какой-либо учебник по астрономии, относящийся к этой проблеме, вы наверняка были озадачены бесконечным на первый взгляд разнообразием видов времени и их определений. Существует всемирное и среднее гринвичское время, истинное звездное время и среднее звездное время, эфемеридное время, местное время и среднее солнечное время, причем здесь упомянута лишь небольшая доля различных систем счета времени. Кроме того, существует звездный год, тропический год, бесселев год и аномалистический год. А есть ли у вас четкое представление о различии юлианского и григорианского календарей?! (Определения всех этих понятий приведены в словаре терминов, в конце книги.)

Каждая из перечисленных единиц измерения времени необходима. И все они имеют точные определения. К счастью, однако, обычно приходится иметь дело лишь с небольшим числом систем счета времени, поскольку расхождение между ними проявляется только тогда, когда необходима очень большая точность.

§ 1. Календарь

Календарь дает нам возможность вести отсчет течения времени при помощи подразделения года на месяцы, недели и дни. Грубо говоря, месяц — это время, за которое Луна совершает один полный оборот по орбите вокруг Земли, причем в течение этого периода происходит смена четырех фаз, или четвертей, Луны, каждая из которых длится неделю. А год — это время, за которое Земля совершает один полный оборот по орбите вокруг Солнца. По общепринятому соглашению считается, что неделя

содержит семь дней, месяц — от 28 до 31 дня (табл. 1) и год — 12 месяцев. Число и месяц однозначно определяют любой день года.

Трудность такого счета дней в году заключается в том, что гражданский (календарный) год всегда содержит целое число суток, в то время как Земля совершает один полный оборот по орбите вокруг Солнца за 365,2422 суток. (Эта величина называется *тропическим годом*; определение см. в словаре терминов). Если бы мы не учитывали этого факта и считали, что каждый год состоит ровно из 365 дней, то наша система счета времени все более и более отставала бы от реального движения Земли, причем ошибка накапливалась бы со скоростью 0,2422 суток в год. Спустя 100 лет расхождение составило бы 24 дня, а спустя 1500 лет времена года поменялись бы местами, так что в северном полушарии лето было бы в декабре. Ясно, что такая система счета была бы крайне неудобна.

Юлий Цезарь предпринял попытку устранить указанный недостаток путем принятия декрета, согласно которому три последовательных года содержат 365 дней, а следующий за ними *високосный год* — 366 дней, так что всякий раз, как только номер года делится на 4, к февралю добавляется лишний день. В среднем его гражданский год содержит 365,25 суток, что уже довольно близко к величине тропического года (365,2422 суток). В самом деле, по прошествии 100 лет ошибка не превышает 1 дня. Такая система счета времени, называемая *юлианским календарем*, успешно применялась на протяжении многих столетий до 1582 г., когда опять всплыло значительное расхождение между датами и соответствующими време-

Таблица 1

Январь	31	Июль	31
Февраль	28 (или 29 в високосном году)	Август	31
Март	31	Сентябрь	30
Апрель	30	Октябрь	31
Май	31	Ноябрь	30
Июнь	30	Декабрь	31

нами года. Тогда папа Григорий XIII подправил существующий календарь, исключив из него дни с 5 по 14 (включительно) октября 1582 г., чтобы восстановить соответствие между гражданским и тропическим годом, и введя правило пропуска трех дней каждые 400 лет. Согласно его улучшенному календарю, года, содержащие целое число сотен (например, 1700, 1800 и т. п.) считаются високосными только в том случае, если они делятся на 400.

Эта система счета времени, называемая григорианским календарем, является сегодня наиболее распространенной. 400 гражданских лет григорианского календаря содержат $400 \cdot 365 + 100 - 3 = 146\,097$ дней. Таким образом, средняя продолжительность гражданского года составляет $146\,097/400 = 365,2425$ суток, что очень близко к продолжительности тропического года.

§ 2. Предвычисление пасхи

Пасхальное воскресенье — день, по которому устанавливаются также такие переходящие церковные праздники, как троица и духов день, — обычно бывает в первое воскресенье спустя две недели после первого полнолуния, наступившего после 21 марта. (Более точное определение можно найти в книге «The Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and American Ephemeris and Nautical Almanac».) Дату пасхального воскресенья можно вычислить с помощью таблиц и описания к ним, приведенных, например, в «Book of Common Prayer» (1662), или пользуясь одним из нескольких методов, придуманных на протяжении многих веков различными математиками. Здесь будет описан созданный в 1876 г. метод, который впервые был опубликован в «Butcher's Ecclesiastical Calendar» и применим для любого года григорианского календаря (т. е. начиная с 1583 г. и далее). Он основан на многократном использовании результатов деления одного числа на другое, причем рассматриваются целая часть частного и остаток. В результате деления на микрокалькуляторе высвечивается ряд цифр, разделенных десятичной точкой. Цифры, расположенные перед десятичной точкой, образуют целую часть, цифры за десятичной точкой образуют дробную часть. Остаток мож-

но найти по дробной части, умножая ее на делитель (т. е. на то число, на которое только что делили) и округляя результат до ближайшего целого. Например, $2000/19 = 105,2631579$. Целая часть равна 105, дробная часть

Пример 2

Инструкция	Результат	
	Целая часть	Остаток
1. Разделить номер года на 19	—	a
2. Разделить номер года на 100	b	c
3. Разделить b на 4	d	e
4. Разделить $b + 8$ на 25	f	—
5. Разделить $b - f + 1$ на 3	g	—
6. Разделить $19a + b - d - g + 15$ на 30	—	h
7. Разделить c на 4	i	k
8. Разделить $32 + 2e + 2i - h - k$ на 7	—	l
9. Разделить $a + 11h + 22l$ на 451	m	—
10. Разделить $h + l - 7m + 114$ на 31	n	p
11. Число, на которое приходится пасхальное воскресенье, равно $p + 1$. Порядковый номер месяца равен n ($n = 3$ соответствует марту, $n = 4$ — апрелю). Итак, пасхальное воскресенье в 2000 г. приходится на	23 апреля	

* Запись $19a$ следует понимать как 19, умноженное на a (в данном случае $19 \cdot 5 = 95$).

равна 0,2631579. Умножив последнее число на 19, получим 5,000000100, откуда остаток равен 5.

Проиллюстрируем упомянутый метод на примере 2 вычисления даты пасхального воскресенья в 2000 г.

§ 3. Пересчет даты в порядковый номер дня года

Во многих астрономических расчетах необходимо бывает знать число суток, истекших с начала года до определенной даты. За начало отсчета примем 0 ч нулевого января, другими словами полночь между 30 и 31 декабря предыдущего года. На первый взгляд это может выглядеть довольно странным, однако мы будем придерживаться в дальнейшем такого выбора начала отсчета, поскольку он нам упростит вычисления. Полдень 3 января записывается в виде январь 3,5, поскольку с момента январь 0,0 прошло три с половиной дня, как это наглядно показывает рис. 1.

Таким образом, нахождение порядкового номера дня по дате не составляет труда. Это делается следующим образом:

1. Суммируется число дней по всем месяцам, предшествующим интересующему нас месяцу (число дней в каждом месяце см. в табл. 1). Такие суммы приведены в табл. 2Б.

2. Прибавляется число, т. е. номер дня в данном месяце.



Рис. 1. Определение эпохи.

Таблица 2А

Число суток, прошедших от эпохи 1980 январь 0,0
до начала соответствующего года

1980*	0	1990	3653
1981	366	1991	4018
1982	731	1992*	4383
1983	1096	1993	4749
1984*	1461	1994	5114
1985	1827	1995	5479
1986	2192	1996*	5845
1987	2557	1997	6210
1988*	2922	1998	6575
1989	3288	1999	6940

Замечание. Звездочкой отмечены високосные года.

Таблица 2Б

Число дней года, истекших к началу данного месяца

	Обычный год	Високосный год
Январь	0	0
Февраль	31	31
Март	59	60
Апрель	90	91
Май	120	121
Июнь	151	152
Июль	181	182
Август	212	213
Сентябрь	243	244
Октябрь	273	274
Ноябрь	304	305
Декабрь	334	335

Пример 3А. Вычислить, какой порядковый номер в году имеет день 17 февраля (год невисокосный).
Ответ: $31 + 17 = 48$.

Если у вас имеется программируемый микрокалькулятор, то вы можете ввести в память микрокалькулятора программу R1, позволяющую проводить вычисления автоматически.

Далее по всей книге в качестве нуля-пункта, или эпохи, относительно которой будут вычисляться положения небесных тел, мы примем эпоху 1980 Январь 0,0. Число суток, истекших с этого момента до начала любого года вплоть до 1999 г., приведено в табл. 2А. Чтобы найти полное число суток, истекших от опорной эпохи, надо просто к соответствующему значению из табл. 2А прибавить порядковый номер дня в году, вычисленный только что описанным способом.

Пример 3Б. Число дней, истекших от опорной эпохи к 17 февраля 1985 г., составляет $48 + 1827 = 1875$.

Эту величину можно было бы подсчитать также при помощи системы юлианских дней (см. § 4).

Программа R1. Пересчет даты в порядковый номер дня года.

1. Ввести порядковый номер месяца (например, 11 в случае ноября).
2. Проверить выполнение условия: «Введенная величина больше 2».
 - Если «да», то перейти к шагу (8).
 - Если «нет», то перейти к следующему шагу (3).
3. Вычесть 1 из номера месяца.
4. Умножить на 63 (или 62 в случае високосного года).
5. Разделить на 2.
6. Выделить целую часть.
7. Перейти к шагу 12.
8. Прибавить 1 к номеру месяца.
9. Умножить на 30,6.
10. Выделить целую часть.

11. Вычесть 63 (или 62 в случае високосного года)
 12. Прибавить число, соответствующее данному дню
 Получаем в результате порядковый номер дня в году

§ 4. Юлианские дни

Иногда бывает необходимо выразить момент наблюдений через число дней и долю дня, прошедших от данной исходной эпохи. В качестве такой исходной эпохи астрономы выбрали средний гринвичский полдень 1 января 4713 г. до н. э., что соответствует середине дня 1 января на Гринвичском меридиане в 4713 г. до н. э. Число дней,

Пример 4

Инструкция	Результат
1. Обозначим: y — номер года, m — номер месяца; d — число	$y = 1985$ $m = 2$ $d = 17,25$
2. Если $m = 1$ или 2, положить $y' = y - 1$ и $m' = m + 12$ Если $m > 2$, положить $y' = y$ и $m' = m$	$y' = 1984$ $m' = 14$
3. Если наша дата позднее 15 октября 1582 г. (т. е. она дана по григорианскому календарю), вычислить: а) A = целая часть от $y'/100$; б) $B = 2 - A$ + целая часть от $A/4$. В противном случае положить $B = 0$	$A = [1984/100] = 19$ $B = 2 - 19 + [19/4] = -13$
4. Вычислить C = целая часть от $365,25y'$	$C = [365,25 \cdot 1984] = 724656$
5. Вычислить D = целая часть от $30,6001(m' + 1)$	$D = [30,6001 \cdot 15] = 459$
6. Найти $JD = B + C + D + d + 1\,720\,994,5$. Это и будет юлианской датой	$JD = 2\,446\,113,75$

прошедших с этого момента, называется юлианской датой*. Следует отметить, что каждая новая юлианская дата начинается в 12 ч 00 мин GMT (UT), что на полсуток расходится с началом гражданских суток.

Юлианскую дату, соответствующую какому-нибудь дню юлианского или григорианского календаря, можно найти описанным ниже способом. Если вы имеете дело с годами «до нашей эры», отсчитывайте их естественным образом, т. е. год, предшествующий 1 г. н. э., является нулевым, а предыдущий год является —1.

Для примера вычислим юлианскую дату, соответствующую эпохе 1985 февраль 17,25 (т. е. 6 ч 17 февраля) (пример 4 на предыдущей странице). Юлианская дата, соответствующая эпохе 1980 январь 0,0, равна 2444238,5. Число суток, прошедших от этой эпохи, легко можно найти, вычтя из юлианской даты приведенное число.

Пример. Число суток, прошедших от принятой эпохи до эпохи 1985 года февраль 17,0, составляет $2\,446\,113,5 - 2\,444\,238,5 = 1875$, что согласуется со значением, полученным в предыдущем параграфе.

§ 5. Пересчет юлианской даты в календарную дату

Иногда возникает необходимость пересчета юлианской даты в соответствующую ей дату григорианского календаря. Приведенный здесь метод применим для всех дней с 1 января 4713 г. до н. э. Для примера найдем григорианскую дату, соответствующую $GD = 2\,446\,113,75$ (пример 5 на следующей странице)

Таким образом, искомый момент времени по григорианскому календарю — 1985 февраль 17,25.

* Иногда говорят о модифицированной юлианской дате MJD. Она равна $JD - 2\,400\,000,5$. Таким образом, отсчет MJD начинается в 0 ч 17 ноября 1858 г.

Пример 5

Инструкция	Результат
1. Прибавить 0,5 к JD. Положить I = целая часть и F = дробная часть	$JD = 2\,446\,113,75$ $+ 0,5 = 2\,446\,114,25$ $I = 24\,466\,114$ $F = 0,25$
2. Если I больше 2 299 160, вычислить: а) A = целая часть от величины $I - 1\,867\,216,25$	$36\,524,25$ $A = 15,0$
б) $B = I + 1 + A$ (целая часть от $A/4$). В противном случае положить $A = I$	$B = 2\,446\,127,0$
3. Вычислить $C = B + 1524$	$C = 2\,447\,651,0$
4. Вычислить D = целая часть от $C - 122,1$	$365,25$ $G = 6700,0$
5. Вычислить E = целая часть от $365,25 \cdot D$	$E = 2\,447\,175,0$
6. Вычислить G = целая часть от $C - E$	$30,6001$ $G = 15,0$
7. Вычислить $d = C - E + F$ (целая часть от 30,6001 G). Получаем число (включая дробную часть суток)	$d = 17,25$
8. Вычислить $m = G - 1$, если G меньше 13,5, или $m = G - 13$, если m больше 13,5. Получаем номер месяца	$m = 2$
9. Вычислить $y = D - 4716$, если m больше 2,5, или $y = D - 4715$, если m меньше 2,5. Получаем год	$y = 1985$

§ 6. Определение дня недели

Иногда бывает полезно знать, на какой день недели будет приходится определенная дата. Это очень легко определить, если только вычислена юлианская дата. Ниже мы определим день недели, соответствующий 17 февраля 1985 г.

Пример 6

Инструкция	Результат
1. Найти юлианскую дату, соответствующую 0 ч UT интересующей нас даты (см. § 4)	1985 февраль 17,0 $JD = 2\,446\,113,5$
2. Вычислить $A = (JD + 1,5)/7$	$A = 349\,445,0000$
3. Взять дробную часть A , умножить ее на 7 и округлить до ближайшего целого. Это будет номер дня недели n . День недели при этом определяется так: $n = 0$ — воскресенье; $n = 1$ — понедельник; $n = 2$ — вторник; $n = 3$ — среда; $n = 4$ — четверг; $n = 5$ — пятница; $n = 6$ — суббота	Дробная часть = 0,0 $n = 0$ Воскресенье

§ 7. Перевод часов, минут и секунд в часы и десятичные доли часа

В большинстве случаев время выражается в часах и минутах или в часах, минутах и секундах. Например, «без двадцати четыре дня» можно записать как 3.40 дня, или 3 ч 40 мин дня, или в 24-часовой шкале в виде 15 ч 40 мин. Однако при проведении расчетов время должно быть выражено в часах и десятичных долях часа по 24-часовой шкале. Ниже дается способ пересчета времени, записанного в виде часов, минут и секунд, в часы и десятичные доли часа. Некоторые типы микрокалькуляторов имеют специальные клавиши, с помощью которых такой перевод выполняется автоматически.

Пример 7

Инструкция	Результат
1. Разделить число секунд на 60	6 ч 31 мин 27 с дня $27/60 = 0,45000$
2. К полученному значению прибавить число минут и разделить на 60	$31,45/60 = 0,52417$
3. Прибавить к результату число часов	6,52417
4. Если время было указано в 12-часовой шкале и имелось в виду время после полудня, прибавить 12	+ 12,0 18,52417 ч

§ 8. Перевод часов и десятичных долей часа в часы, минуты и секунды

Когда в результате какого-либо расчета получается время, то оно обычно бывает выражено в часах и десятичных долях часа, и его нужно переводить в часы, минуты и секунды. Ниже приведен способ такого перевода. Отметим, что некоторые микрокалькуляторы имеют специальные клавиши для автоматического выполнения этих действий

Пример 8

Инструкция	Результат
	18,52417 ч
1 Дробную часть умножить на 60. Целая часть полученного результата представляет собой число минут	$0,52417 \cdot 60 = 31,4502$
2 Дробную часть результата умножить на 60. Это дает нам число секунд	$0,4502 \cdot 60 = 27,012$ 18 ч 31 мин 27 с

§ 9. Перевод местного поясного времени в гринвичское среднее время (GMT, UT)

Среднее гринвичское время (GMT) или, как его еще называют, всемирное время (UT) связано с движением Солнца, которое регистрируется наблюдателем на Гринвичском меридиане с долготой 0° . Это время используется в Великобритании в качестве местного поясного времени в зимние месяцы. В летние же месяцы вводится британское летнее время, которое получается увеличением GMT на один час, чем достигается более удобное совпадение рабочего дня со световым днем. Во многих других странах также принята подобная система перевода часов.

Страны, расположенные на других меридианах к востоку и западу от Гринвичского меридиана, не употребляют в качестве местного времени GMT. Это было бы непрактично, поскольку местный полдень, т. е. момент, когда Солнце достигает максимальной высоты над горизонтом, наступает при движении на восток или запад соответственно раньше или позже по отношению к местному полудню на

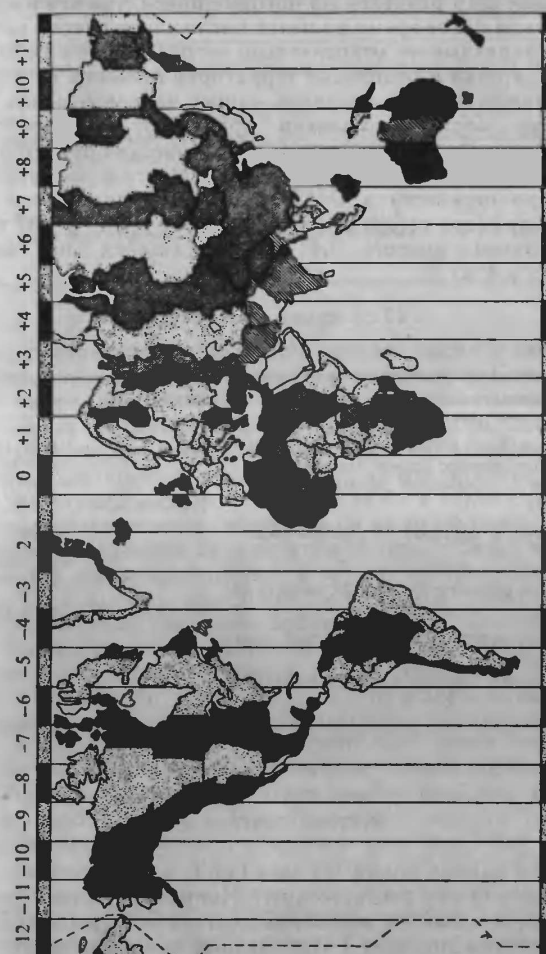


Рис. 2. Карта часовых поясов. На приведенной карте из-за мелкого масштаба видно лишь общее распределение часовых поясов на земном шаре. Если поправка за поясное время неизвестна, то вы можете определить ее по радиосигналам времени, зная поясное время передающей радиостанции

Гринвичском меридиане. Чтобы избежать путаницы, весь земной шар разделен на часовые пояса, так что в каждом часовом поясе время на целое число часов опережает GMT или запаздывает относительно него. При этом небольшие государства и отдельные территории больших государств, расположенные в пределах одного часового пояса, в качестве местного времени принимают поясное время (рис. 2). При проведении астрономических расчетов часто бывает удобно использовать GMT. Местное поясное время можно перевести в GMT способом, приведенным ниже. Для примера переведем в GMT летнее время 3 ч 37 мин на восточной долготы 64° (приходящейся на часовой пояс +4 ч)

Пример 9

Инструкция	Результат
1. Если дано летнее время, перевести его в поясное время. Перейти к часам и десятичным долям часа (см. § 7)	3 ч 37 мин — 1 ч 00 мин = 2 ч 37 мин Поясное время = 2,616667 ч
2. Вычесть поправку за часовой пояс	— 4,00 = — 1,383333 ч
3. Если результат больше 24, вычесть 24.	+ 24,00 = 22,616667
Если результат отрицательный, прибавить 24 Перейти обратно к часам, минутам и секундам (см. § 8)	GMT = 22 ч 37 мин

§ 10. Перевод гринвичского среднего времени (GMT) в местное поясное время

Пусть задано время UT или GMT. Какое местное поясное время ему соответствует? Например, каково местное поясное время на восточной долготы 64° (расположенной в часовом поясе +4 ч) в период действия летнего времени, когда GMT равно 22 ч 37 мин?

Пример 10

Инструкция	Результат
1. Перевести GMT в часы и десятичные доли часа (см. § 7)	22 ч 37 мин = 22,616667 ч
2. Прибавить разницу часовых поясов. Если результат больше 24, вычесть 24. Если результат отрицательный, прибавить 24	+ 4,00 = 26,616667 ч — 24,00 = 2,616667
3. Перейти к часам, минутам и секундам (см. § 8) и ввести, если необходимо, поправку за летнее время	= 2 ч 37 мин + 1 ч 00 мин = 3 ч 37 мин

§ 11. Звездное время (ST)

Среднее гринвичское время, как и местное время в любой точке земного шара, определяется движением Солнца. Грубо говоря, за солнечные сутки можно принять время между двумя последовательными прохождениями Солнца через меридиан при наблюдении в данном пункте. Однако астрономов интересует движение звезд. В частности, им необходимо иметь «часы», которые шли бы с такой скоростью, что некоторая звезда вернулась бы на то же самое место на небе ровно через 24 ч по этим «часам». Такие часы называются звездными часами, а время, которое они отсчитывают и которое определяется видимым движением звезд, называется звездным временем (ST). Солнечное время (например, время GMT) не совпадает со звездным временем, поскольку в течение одних солнечных суток Земля продвигается примерно на один градус по своей орбите вокруг Солнца. Следовательно, при наблюдении с Земли Солнце смещается относительно фона звезд.

Один год, т. е. время, через которое Солнце возвращается на прежнее положение относительно звезд, содержит примерно $365 \frac{1}{4}$ суток. В течение этого периода Земля совершает примерно $366 \frac{1}{4}$ оборота вокруг своей оси; следовательно, столько же звездных суток содержится в году. Таким образом, звездные сутки несколько короче солнечных: 24 ч звездного времени соответствуют примерно 23 ч 56 мин солнечного времени. Среднее гринвичское время и гринвичское звездное время совпадают в течение

года лишь один раз — в момент осеннего равноденствия (около 22 сентября). Начиная с этого момента, расхождение между ними растет, так что ST обгоняет GMT. Через полгода это расхождение достигает 12 ч, а спустя год оба времени опять совпадут.

Формально звездное время можно определить как часовой угол точки весеннего равноденствия (см. § 18).

§ 12. Перевод гринвичского среднего времени (GMT) в гринвичское звездное время (GST)

Ниже описана простая процедура перевода среднего гринвичского времени в среднее гринвичское звездное время (GST). Она дает точность выше 0,1 с.

Используемые при расчете постоянные A и C не зависят от года (см. табл. 3). Однако значение постоянной B меняется от года к году. Ее значения для годов с 1975 по 2000 приведены в табл. 3. Чтобы определить точное значение B для любого другого года, необходимо найти в Астрономическом ежегоднике среднее гринвичское звездное время в 0 ч UT нулевого дня января данного года, перевести его в часы и десятичные доли часа (см. § 7) и

Таблица 3

$A = 0,0657098$		$C = 1,002738$		$D = 0,997270$	
B					
1975	17,397610	1988	17,407368		
1976	17,413525	1989	17,357573		
1977	17,363730	1990	17,373487		
1978	17,379643	1991	17,389402		
1979	17,395558	1992	17,405316		
1980	17,411472	1993	17,355521		
1981	17,361677	1994	17,371435		
1982	17,377592	1995	17,387349		
1983	17,393506	1996	17,403263		
1984	17,409421	1997	17,353468		
1985	17,359625	1998	17,369382		
1986	17,375539	1999	17,385297		
1987	17,391453	2000	17,401211		

вычесть полученное значение из 24. В результате вы получите постоянную B . Значение B можно также рассчитать методом, приведенным в конце этого параграфа.

Пример. Каково было GST в 14 ч 36 мин 51,67 с 22 апреля 1980 г.?

Пример 12А

Инструкция	Результат
1. Найти число дней между январем 0,0 и заданной датой (см. § 3)	Число дней = 113,0
2. Умножить на постоянную A	$\times 0,0657098$ $= 7,425207$
3. Вычесть постоянную B В результате получаем T_0	$-17,411472$ $T_0 = -9,986265$
4. Перевести GMT в часы и десятичные доли часа (см. § 7)	GMT = 14,614353
5. Умножить на постоянную C	$\times 1,002738$ $= 14,654367$
6. Прибавить T_0 . Если получится число, большее 24, вычесть 24. Если получится отрицательное число, прибавить 24. Получаем GST в часах	$+ (-9,986265)$ GST = 4,668102
7. Перевести результат в часы, минуты и секунды (см. § 8)	GST = 4 ч 40 мин 51,17 с

Вычисление постоянной B (пример приведен для 1979 г.)

Пример 12Б

Инструкция	Результат
1. Вычислить юлианскую дату, соответствующую эпохе январь 0,0 данного года (см. § 4)	JD = 2443873,50
2. Вычислить $S = JD - 2415020,0$	$S = 28853,50$
3. Вычислить $T = S/36525,0$	$T = 0,789965777$
4. Вычислить $R = 6,6460656 + 2400,051262 \cdot T + 0,00002581 \cdot T^2$	$R = 1902,604442$
5. Вычислить $U = R - 24 \cdot (\text{год} - 1900)$	$U = 6,604442$
6. Вычесть U из 24. Получаем B	$B = 17,395558$

§ 13. Перевод гринвичского звездного времени (GST) в гринвичское местное время (GMT)

В этом параграфе мы будем иметь дело с задачей, обратной той, которой мы занимались в предыдущем параграфе, а именно с переводом заданного среднего гринвичского звездного времени в соответствующее среднее гринвичское время (UT). Однако дело осложняется тем, что звездные сутки немного короче солнечных суток, и в результате в течение данной даты небольшая часть звездных суток повторяется дважды. По продолжительности повторяющаяся часть составляет около 4 мин, так что интервал звездного времени, соответствующий интервалу времени GMT от 0 ч до 0 ч 04 мин, повторяется снова в интервале GMT от 23 ч 56 мин до полуночи (рис. 3). Предлагаемый здесь метод перевода применим лишь для моментов звездного времени, которые расположены в первом интервале календарных суток.

Постоянные A и B приведены в § 12. Постоянная D не зависит от года; она указана в табл. 3. Точность приведенного метода такая же, как в § 12, а именно лучше 0,1 с.

Пример. Какое было GMT в момент GST = 4 ч 40 мин 5,17 с 22 апреля 1980 г.?

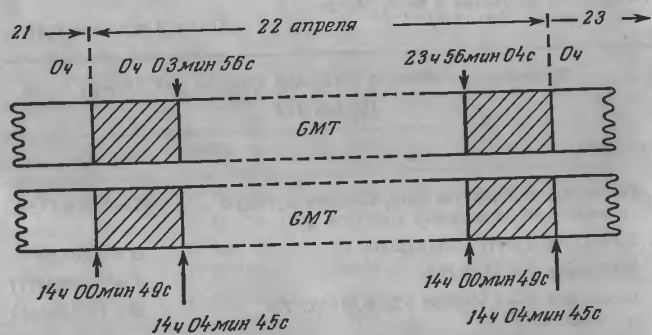


Рис. 3. Соответствие GMT и GST для 22 апреля 1980 г. Заштрихованные интервалы GST повторяются дважды в течение одного и того же дня.

Пример 13

Инструкция	Результат
1. Найти число дней между январем 0,0 и заданной датой (см. § 3)	Число дней = 113,0
2. Умножить на постоянную A	$\times 0,0657098$ $= 7,425207$
3. Вычесть постоянную B . Если результат отрицательный, прибавить 24. Получаем T_0	$-17,411472$ $= -9,986265$ $+ 24,0$ $T_0 = 14,013735$
4. Выразить GST в часах и десятичных долях часа (см. § 7)	$GST = 4,668103$
5. Вычесть T_0 . Если результат отрицательный, прибавить 24	$-14,013735$ $= -9,345633$ $+ 24,0$ $= 14,654367$
6. Умножить на постоянную D . Получаем GMT в часах	$\times 0,997270$ $= 14,614361$
7. Перевести результат в часы, минуты и секунды (см. § 8)	$GMT = 14 \text{ ч } 36 \text{ мин } 51,70 \text{ с}$

§ 14. Местное звездное время

Гринвичское звездное время, которое рассматривалось в предыдущих параграфах, представляет собой звездное время для наблюдателя на Гринвичском меридиане (т. е. на долготе 0°). Это — местное звездное время Гринвичского меридиана. Однако при смещении к западу или к востоку от долготы 0° местное звездное время соответственно отстает от гринвичского времени или опережает его, поскольку часовой угол точки весеннего равноденствия, определяющий местное звездное время, изменяется. Если известно гринвичское звездное время, очень легко вычислить местное звездное время данного пункта, так как разница между этими двумя временами равна просто географической долготе в градусах, деленной на 15. Для западных долгот местное звездное время отстает от GST, а для восточных опережает его. Рассмотрим пример: чему равно

местное звездное время на западной долготе 64° , когда гринвичское звездное время равно 4 ч 40 мин 5,17 с?

Пример 14

Инструкция	Результат
1. Выразить GST в часах и десятичных долях часа (см. § 7)	$\text{GST} = 4,668103 \text{ ч}$
2. Перевести разность долгот в градусах в разность времен путем деления ее на 15	$64^\circ = 4,266667 \text{ ч}$
3. Если долгота западная, вычесть полученную величину. Если долгота восточная — прибавить. Если результат больше 24, вычесть 24. Если результат отрицательный, прибавить 24. Получаем LST в часах	$\text{LST} = 0,401436 \text{ ч}$
4. Перевести LST в часы, минуты и секунды (см. § 8)	$\text{LST} = 0 \text{ ч } 24 \text{ мин } 5,17 \text{ с}$

§ 15. Переход от местного звездного времени (LST) к гринвичскому звездному времени (GST)

Эта задача является обратной по отношению к задаче, рассмотренной в § 14, а именно: чему равно гринвичское звездное время, соответствующее заданному местному

Пример 15

Инструкция	Результат
1. Выразить LST в часах и десятичных долях часа	$\text{LST} = 0,401436 \text{ ч}$
2. Перевести разность долгот в градусах в разность времен путем деления на 15	$64^\circ = 4,266667 \text{ ч}$
3. Если долгота западная, прибавить. Если долгота восточная, вычесть. Если результат больше 24, вычесть 24. Если результат отрицательный, прибавить 24. Получаем GST в часах	$\text{GST} = 4,668103 \text{ ч}$
4. Перевести GST в часы, минуты и секунды (см. § 8)	$\text{GST} = 4 \text{ ч } 40 \text{ мин } 5,17 \text{ с}$

звездному времени в данном пункте? В качестве примера вычислим GST в момент, когда LST на западной долготе 64° равно 0 ч 24 мин 5,17 с (см. пример 15).

§ 16. Эфемеридное время

Всемирное время и звездное время непосредственно связаны с периодом вращения Земли вокруг полярной оси. По сути, Земля используется в качестве маятника для космических часов, ход которых отсчитывает дни. Однако с появлением очень точных атомных часов стало ясно, что вращение Земли не является строго равномерным, а испытывает небольшие случайные флуктуации, природа которых еще до конца не понята. Как время UT, так и время ST не являются строго равномерными, поскольку они определяются такими нерегулярными космическими часами. Тем не менее астрономам нужна система измерения времени, которая давала бы равномерное время, так как в небесной механике предполагается, что такая величина действительно существует. Например, для двух твердых

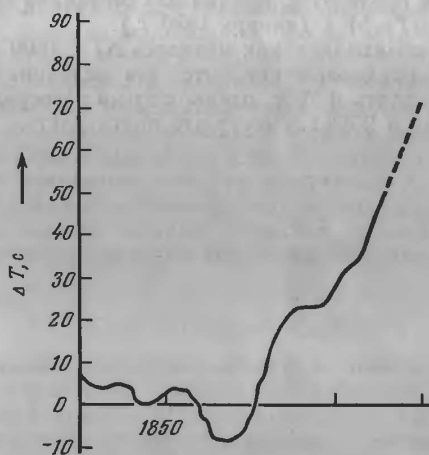


Рис. 4. Изменение $\Delta T = ET - UT$ с 1800 г. до 2000 г

тел, движущихся по орбите вокруг друг друга достаточно далеко от каких-либо возмущающих тел, должен сохраняться орбитальный период, измеренный по равномерным часам. В связи с этим астрономы пользуются *эфемеридным временем* (ЕТ), которое вычисляется из движения Луны и предполагается строго равномерным. Оно было выбрано таким образом, чтобы были как можно меньше расхождения с всемирным временем (GMT) в XIX в. И весьма маловероятно, чтобы разность этих времен в XX в. превысила несколько минут.

Исходной единицей эфемеридного времени служит продолжительность тропического года на эпоху 1900 январь 0,5 ЕТ. Он содержит 31 556 925,9747 эфемеридных секунд. По существу, нам не придется иметь дело с этим временем, поскольку в этой книжке не ставится целью достижение большой точности. Почти во всех случаях мы можем принять $ЕТ = UT = GMT$, не делая между этими временами различия. Лишь при вычислении движения Луны и предсказании затмений нам придется учесть различие между ЕТ и UT. В январе 1980 г. это различие составляло около 51 с, причем UT отставало от ЕТ, т. е. $ЕТ - UT = \Delta T = 51$ с (январь 1980 г.).

Рис. 4 показывает, как менялось ΔT с 1800 г. Можно высказать предположение, что эта величина в 2000 г. будет составлять +70 с, однако только непосредственные наблюдения в 2000 г. смогут это подтвердить.

Системы координат

Для определения положения на небе любого астрономического объекта необходимо иметь систему отсчета, или систему координат, которая каждой точке на небесной сфере ставит в соответствие определенную пару чисел. Два числа, или две координаты, обычно указывают, «как далеко в сторону» и «как высоко» расположена точка, аналогично тому как долгота и широта определяют положение объекта на земной поверхности. Вы можете встретиться с несколькими системами координат; здесь мы опишем четыре из них: горизонтальную, экваториальную, эклиптическую и галактическую системы. Каждая система координат получает свое название по имени основной плоскости, которая используется для отсчета. Например, в эклиптической системе координат измерения ведутся по отношению к плоскости эклиптики, т. е. плоскости земной орбиты вокруг Солнца. В следующих параграфах мы увидим, как, зная положение объекта в одной системе, найти его координаты в другой системе. Мы также узнаем, как описывать положение точки на поверхности Солнца, как решить задачу вычисления времени восхода и захода, как учитывать влияние земной прецессии, атмосферной рефракции и параллакса на видимое положение небесного объекта.

§ 17. Горизонтальные координаты

Горизонтальные координаты объекта на небе — азимут и высота — измеряются относительно плоскости горизонта наблюдателя (рис. 5). Предположим, что наблюдатель находится в точке O ; тогда его горизонт — это круг $NESW$, где буквы означают соответственно север (N), восток (E), юг (S), запад (W). Заметим, что направление на север

означает направление не на магнитный северный полюс, а на Северный полюс, определяемый осью вращения Земли. Представьте себе, что звезды расположены на поверхности полусферы, в центре которой находится наблюдатель, как показано на рис. 5. Сфера, частью которой является эта полусфера, называется *небесной*. Точка прямо над головой наблюдателя называется *зенитом*, направление OZ определяется отвесной линией в точке наблюдения. Рассмотрим теперь звезду X и мысленно проведем большой круг (т. е. круг на поверхности сферы, центр которого совпадает с центром сферы) через точки Z и X , он пересечет горизонт в точке B . *Высота* звезды над горизонтом a — это угол с вершиной в точке O , опирающийся на дугу XB . *Азимут* A — это угол с вершиной O , опирающийся на дугу NB . Таким образом, высота определяется в градусах «насколько высоко» (высота под горизонтом считается отрицательной), а азимут — «как далеко в сторону» от направления на север расположена звезда; азимут тоже измеряется в градусах. Угол A возрастает от 0 до 360° по мере поворота в направлении север—восток—юг—запад. В точке севера азимут равен 0° , в точке юга 180° и т. д.

Высота и азимут всех небесных тел, за исключением стационарных спутников, постепенно изменяются по мере вращения Земли. Поэтому описанная система координат превосходно служит при наведении вашего телескопа, но оказывается не столь хорошей при определении положений

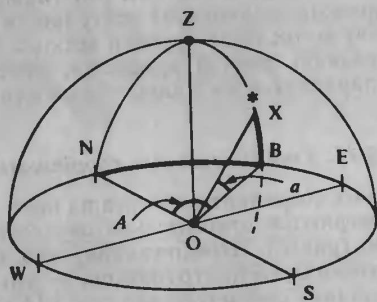


Рис. 5. Горизонтальные координаты.

звезд. Для этого необходима другая система координат, не зависящая от вращения Земли. Она описана в следующем параграфе

§ 18. Экваториальные координаты

Как подсказывает название, экваториальные координаты отсчитываются относительно плоскости земного экватора (рис. 6, а). Наблюдатель находится в точке O , плоскость,

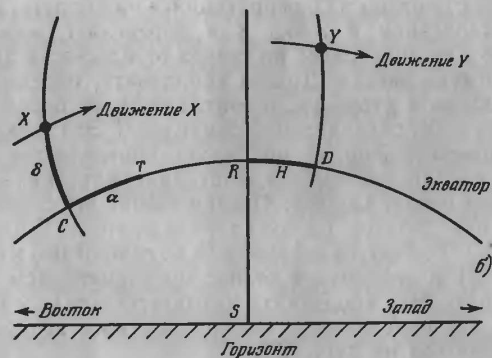
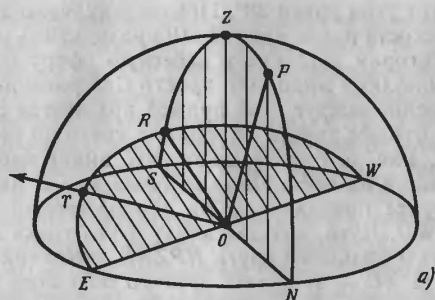


Рис. 6. Экваториальные координаты: а — на небесной сфере; б — при наблюдении с Земли.

содержащая круг $NESW$, как обычно, является горизонтом, а точка Z — зенитом. Представьте себе, что наш рисунок изображает вид на Землю с очень большого расстояния. Планета вместе с расположенным на ней наблюдателем превращается в точку в центре рисунка, а плоскость экватора может быть продолжена до пересечения с небесной сферой по большому кругу $ETRW$. Эта плоскость называется *экваториальной*, она наклонена к плоскости горизонта под углом $90^\circ - \phi$; ϕ — географическая широта наблюдателя. Например, для наблюдателя на северной широте 52° этот угол равен 38° . Перпендикулярно экваториальной плоскости вдоль прямой OP проходит ось вращения Земли, которая пересекает небесную сферу в точке P — *северном полюсе мира*, или просто *Северном полюсе*. Поскольку именно вокруг этой прямой вращается Земля, нам кажется, что все звезды описывают круги по небу вокруг точки P . Рис. 6, б показывает, что видит наблюдатель O , глядящий на небо. Помимо точки юга S на горизонте на рисунке показана также воображаемая линия экватора $C'RD$. Дуга, идущая книзу через точки R и S , является частью большого круга $NPZRS$, показанного на рис. 6, а. Дуга XC — это часть другого большого круга, не отмеченного на рис. 6, а, проходящего через точки P , X и C . Рассмотрим звезду, находящуюся в точке X . Дуга XC или угол с центром в O , опирающийся на эту дугу, называется *склонением* δ точки X и определяет, «насколько высоко» или «насколько на север» от плоскости экватора расположена звезда. Другая координата, определяющая «как далеко в сторону», отсчитывается от определенной точки на небе, обозначаемой символом Υ . Это точка *весеннего равноденствия*, ее положение определяется пересечением плоскостей земного экватора и эклиптики — орбиты Земли вокруг Солнца. Однако сейчас это определение нам не понадобится. Следует только помнить, что положение точки Υ остается неизменным по отношению к звездам (ср. § 33) и что именно от нее мы отсчитываем вторую координату. Эта координата называется *прямым восхождением* α и определяется величиной угла с центром в O , опирающегося на дугу ΥC .

С течением времени звезда X постепенно перемещается на запад вдоль круга с центром в точке P , совершая один

оборот за 24 ч по звездному времени (см. § 11). Поскольку плоскость этого круга параллельна плоскости экватора, склонение остается неизменным. Более того, поскольку точка Υ занимает фиксированное положение на небе, то она должна смещаться вдоль экватора с точно такой же угловой скоростью, что и звезда X по своему кругу. Следовательно, прямое восхождение звезды X также не изменяется. Таким образом, α и δ оказываются идеальными координатами для описания положения звезд и других «неподвижных» небесных тел.

Помимо прямого восхождения существует и другая величина, называемая *часовым углом* H , для описания, «насколько далеко в сторону» расположена точка (см. рис. 6, б). Для звезды Y эта величина измеряется углом с центром в O , опирающимся на дугу RD , и определяет, как далеко звезда ушла вдоль экватора от точки R на юге; другими словами, H — мера времени, протекающего с момента пересечения звездой меридиана. Величина H равномерно возрастает со временем и обращается в нуль, когда звезда пересекает большой круг $NPZRS$ (см. рис. 6, а). Этот круг называется *меридианом*, а пересечение его звездой — ее *кульминацией* или *прохождением через меридиан*. Высота небесного тела в этот момент максимальна, а азимут* (§ 17) равен 180° (при условии, что склонение звезды меньше географической широты).

Склонение измеряется в градусах и считается положительным к северу и отрицательным к югу от экватора. Часовой угол и прямое восхождение тоже могут быть измерены в градусах, они изменяются от 0 до 360° . Угол α измеряется так, что увеличивается на восток от точки Υ , а в самой точке Υ принимает значение 0. (Отметим, что это направление *противоположно* тому, в котором отсчитывается величина H). Однако более распространенным является измерение этих величин в часах, минутах и секундах от 0 до 24 ч. Один полный оборот (360°) соответствует 24 ч звездного времени, т. е. 1 ч соответствует 15° . Утверждения «прямое восхождение звезды X равно 90° » и «прямое восхождение звезды X равно 6^h » полностью экви-

* Некоторые авторы измеряют азимут от точки юга, а не севера; в этом случае в момент пересечения меридиана $A=0^\circ$.

валентны. Для перехода от одних единиц к другим достаточно просто разделить или умножить соответствующие значения на 15.

Удобство измерения прямого восхождения в часовой мере определяется тем, что в момент кульминации местного звездного времени равно прямому восхождению.

Наконец, еще несколько слов о часовом угле. Немного подумав, вы без труда заметите, что если звезда имеет западный азимут, т. е. $A > 180^\circ$, то часовой угол находится между 0 и 12 ч (и наоборот); если же у звезды восточный азимут, т. е. $A < 180^\circ$, то часовой угол заключен между 12 и 24 ч.

§ 19. Эклиптические координаты

Плоскость, в которой расположена орбита Земли вокруг Солнца, называется *эклиптикой*, остальные планеты Солнечной системы движутся по орбитам, близким к этой плоскости. При расчетах, связанных с объектами Солнечной системы, часто удобно определять их положения относительно эклиптики, т. е. использовать эклиптическую систему координат. Как и в экваториальной системе, описанной в § 18, в этой системе за начало отсчета принимается точка весеннего равноденствия Γ . Рис. 7, похожий на рис. 6, б, показывает, как это делается.

На рисунке изображены положения на небе линии эклиптики и экватора; точка их пересечения — это точка весеннего равноденствия Γ . Эти две плоскости наклонены друг к другу примерно под углом $23^\circ 26'$, который называется *наклоном эклиптики к экватору* и обозначается через ϵ . Этот угол соответствует отклонению оси вращения Земли от перпендикуляра к плоскости эклиптики. На рис. 7 также отмечено положение планеты V . Дуга большого круга небесной сферы, идущая от полюса эклиптики (т. е. точки, в которой перпендикуляр к плоскости эклиптики, проведенной через Солнце, пересекает небесную сферу) вниз, через точку V , пересекает эклиптику в точке F . Тогда эклиптическая долгота λ точки V определяется как угол, опирающийся на дугу $F\Gamma$, а эклиптическая широта β — как угол, измеряемый дугой FV . Как и в случае экватори-

* И первое и второе утверждения относятся к звездам, склонение которых меньше, чем географическая широта места наблюдения.

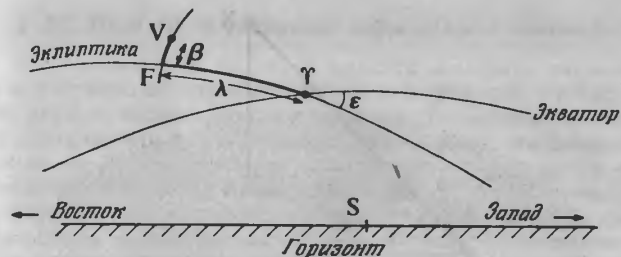


Рис. 7 Эклиптические координаты при наблюдении с Земли

альных координат, β принимает положительные значения, если планета находится над эклиптикой (т. е. севернее), и отрицательные, если под ней.

λ измеряется так, что она увеличивается при движении вдоль эклиптики на восток. Углы λ и β обычно измеряются в градусах. В течение года Солнце движется на восток вдоль эклиптики. По определению его эклиптическая широта всегда равна нулю. 21 марта Солнце находится в точке весеннего равноденствия, так что его прямое восхождение и склонение равны нулю. Эклиптическая долгота тоже равна нулю. С этого момента в течение трех месяцев эклиптическая долгота Солнца возрастает и через три месяца достигает 90° , что соответствует середине лета в северном полушарии. По истечении года Солнце возвращается в исходную точку, пройдя все 360° эклиптической долготы.

§ 20. Галактические координаты

Иногда перед астрономами встают задачи описания совокупности звезд или других небесных объектов нашей Галактики. Для этого удобно использовать галактическую систему координат. На этот раз основной плоскостью является плоскость Галактики, а основным направлением — прямая, соединяющая Солнце с центром Галактики, как показано на рис. 8. Точка S обозначает Солнце, G — центр Галактики, а X — звезда, находящаяся вне плоскости Галактики. Положение центра Галактики G в экваториальных координатах: $\alpha = 12^h 49^m$, $\sigma = +27,4^\circ$. Обе прямые SG и SX' лежат в плоскости Галактики (точка X' — это

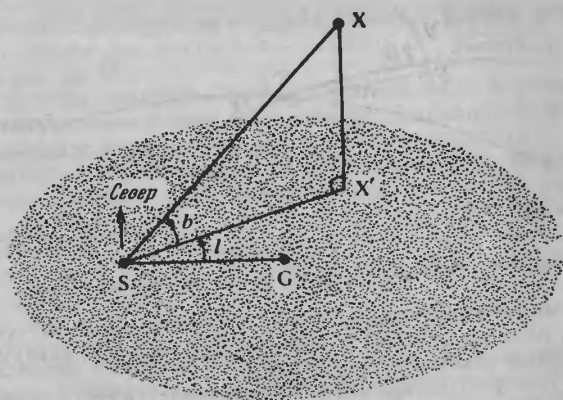


Рис. 8. Галактические координаты.

проекция звезды на галактическую плоскость). Галактическая долгота определяется углом l , измеряемым в плоскости Галактики, а галактическая широта — углом b , измеряемым перпендикулярно ей. Широта возрастает от 0 до 90° на север от плоскости и от 0 до -90° на юг от нее. Долгота отсчитывается вдоль плоскости Галактики в том же направлении, что и прямое восхождение. Принимается, что долгота восходящего узла плоскости Галактики $l = 33^\circ$.

§ 21. Перевод градусов и десятичных долей градуса в градусы, минуты, секунды

Углы, измеряемые в градусах, обычно выражаются в градусах, минутах и секундах, причем минуты и секунды называются минутами и секундами дуги в отличие от минут и секунд времени. Между тем вычисления удобнее производить с десятичными долями градуса, и способ перехода из одной формы в другую абсолютно такой же, как и при переходе между часами, минутами, секундами времени и десятичными долями часа. Следовательно, процедуры, описанные в § 7 и 8, могут быть использованы и в данном случае, если вместо слова «часы» читать слово «градусы». Инструкция 4 из примера 7 (§ 7), очевидно, неприменима. Приведем пример: угол $182^\circ 31'$ равен $182,5242^\circ$.

§ 22. Переход от градусной меры углов к часовой

В астрономической практике принято измерять часовой угол и прямое восхождение звезды не в градусах, а в часовой мере — часах, минутах и секундах. Мы можем перейти от одних единиц к другим, используя тот факт, что поворот Земли на 360° происходит за одни сутки, т. е. за 24 ч. Следовательно, 360° соответствуют 24 ч, или 15° — часу. Таблица 4 дает более полное представление об этом соответствии. Для перехода от значения угла, выраженного в десятичных долях часа или в десятичных долях градуса, нужно просто разделить или умножить ее на 15. Например, если прямое восхождение в часовой мере $\alpha = 9$ ч 36 мин 10,2 с, то в градусной $\alpha = 144^\circ 02' 33''$.

Таблица 4

Измерение углов в градусной и в часовой мере

Часовая мера	Соответствующая величина в градусной мере
1 сутки (сут)	360°
1 час (ч)	15°
1 минута (мин)	15 минут дуги ($15'$)
1 секунда (с)	15 секунд дуги ($15''$)

Поворот Земли на угловую единицу	Соответствующий промежуток времени
1 радиан (рад)	3,819719 часа (ч)
1 градус (1°)	4 минуты (мин)
1 минута дуги ($1'$)	4 секунды (с)
1 секунда дуги ($1''$)	0,066667 секунды (с)

§ 23. Переход от одной системы координат к другой

Очень часто приходится переходить от координат небесного тела, выраженных в одной системе, к координатам, выраженным в другой. Так происходит, например, если

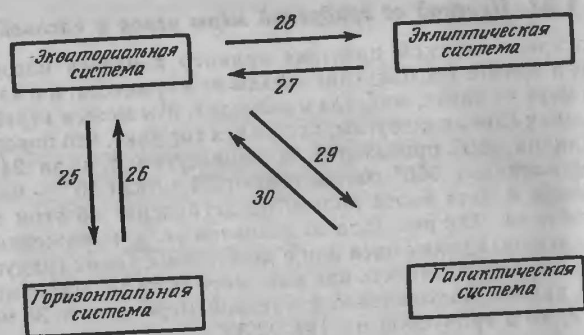


Рис. 9. Переход от одной системы координат к другой.

вы нашли положение планеты в эклиптических координатах и хотите затем перейти к горизонтальной системе, чтобы узнать, в каком направлении следует направить инструмент на небо. Формулы для перехода от экваториальной системы координат к любой из трех остальных (эклиптической, горизонтальной и галактической) относительно просты. Поэтому преобразования удобнее производить через экваториальную систему, как показано на рис. 9. Стрелки обозначают переходы, описанные в этой книге, цифры означают соответствующие параграфы. Например, чтобы перейти от галактических координат к горизонтальным, следует сначала перейти к экваториальной системе (§ 30), а затем к горизонтальной (§ 25)

§ 24. Переход от прямого восхождения к часовому углу

Часовой угол H и прямое восхождение α связаны простой формулой:

$$H = \text{LST} - \alpha,$$

где LST означает местное звездное время. Теперь рассмотрим задачу нахождения часового угла звезды, прямое восхождение которой $\alpha = 18$ ч 32 мин 21 с, для точки наблюдения на 64° западной долготы 22 апреля 1980 г. в 14 ч 36 мин 51,67 с GMT.

Пример 24А

Инструкция	Результат
1. Преобразуем GMT в GST (§ 12)	GST = 4,668104 ч
2. Преобразуем GST в LST (§ 14)	LST = 0,401436 ч
3. Выразим α в десятичных долях часа (§ 7)	$\alpha = 18,539167$ ч
4. Вычитаем α из LST. Если результат оказывается отрицательным, прибавляем 24. Получаем часовой угол в часах и десятичных долях часа	$H = 5,862269$ ч
5. Переводим H в часовую меру (§ 8)	$H = 05$ ч 51 мин 44 с

Переход от часового угла к прямому восхождению осуществляется аналогичным путем. Например, чему было равно прямое восхождение звезды, часовой угол которой составлял 05 ч 51 мин 44 с 22 апреля 1980 г. в 14 ч 36 мин 51,67 с GMT в точке наблюдения на 64° западной долготы?

Пример 24Б

Инструкция	Результат
1. Преобразуем GMT в GST (§ 12)	GST = 4,668104 ч
2. Преобразуем GST в LST (§ 14)	LST = 0,401436 ч
3. Выразим H в часах и десятичных долях (§ 7)	$H = 5,862269$ ч
4. Вычитаем H из LST. Если результат отрицательный, то добавляем 24. Получаем прямое восхождение в часовой мере, в часах и десятичных долях часа	$\alpha = 18,539167$ ч
5. Переводим α в часы, минуты и секунды (§ 8)	$\alpha = 18$ ч 32 мин 21 с

§ 25. Переход от экваториальных координат к горизонтальным

Формулы, связывающие часовой угол H , склонение δ , азимут A , высоту a , имеют вид

$$\sin a = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos H,$$

$$\cos A = \frac{\sin \delta - \sin \phi \sin a}{\cos \phi \cos a},$$

где ϕ — географическая широта наблюдателя. (Часовой угол может быть выведен из прямого восхождения методом, описанным в § 24.) Использование этих формул можно продемонстрировать на следующем примере: чему равны высота и азимут звезды, часовой угол которой 05 ч 51 мин 44 с, а склонение $23^{\circ}13'10''$? Наблюдатель находится на северной широте 52°

Пример 25

Инструкция	Результат
1. Выражаем часовой угол в часах и десятичных долях часа (§ 7)	$H = 5,862269$ ч
2. Умножаем H на 15 для перевода в градусную меру (§ 22)	$H = 87,934035^{\circ}$
3. Переводим δ в градусы и десятичные доли градуса (§ 21)	$\delta = 23,219444^{\circ}$
4. Вычисляем $\sin a = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos H$	$\sin a = 0,331073$
5. Находим $\arcsin$ и получаем a	$a = 19,333925^{\circ}$
6. Вычисляем $\cos A = \frac{\sin \delta - \sin \phi \sin a}{\cos \phi \cos a}$	$\cos A = 0,229567$
7. Находим $\arccos$ и получаем A'	$A' = 76,728442^{\circ}$
8. Определяем $\sin H$. Если это величина отрицательная, то истинный азимут $A = A'$. Если положительная, то истинный азимут равен $A = 360^{\circ} - A'$	$\sin H = 0,999350$ (положительный) $A = 283,271558^{\circ}$
9. Переводим a и A в градусную меру (§ 21)	$a = 19^{\circ}20'02''$ $A = 283^{\circ}16'18''$

Шаг 8 необходим, поскольку калькуляторы верно вычисляют обратные тригонометрические функции ($\arcsin$, $\arccos$, $\arctg$) лишь для половины интервала от 0 до 360° . Например, сосчитайте $\cos 147^{\circ}$. Ответ, равный $-0,8387$, дает 147° после вычисления $\arccos$. Однако попробуйте теперь $\cos 213^{\circ}$. Получается тот же ответ: $-0,8387$, который при использовании обратной тригонометрической функции дает 147° . Таким образом, как только вводится обратная тригонометрическая функция, возникает неопре-

деленность, которая должна быть устранена путем приращения дополнительных соображений.

Заметим, что отрицательные углы могут быть преобразованы к интервалу от 0 до 360° добавлением 360° . Например, $-87,23^{\circ}$ — это то же самое, что $360^{\circ} - 87,23^{\circ} = 272,77^{\circ}$.

§ 26. Переход от горизонтальных координат к экваториальным

Эта задача является обратной рассмотренной в предыдущем параграфе, а именно: по заданным высоте a и азимуту A звезды найти ее склонение δ и часовой угол H . Соответствующие формулы имеют вид

$$\sin \delta = \sin a \sin \phi + \cos a \cos \phi \cos A,$$

$$\cos H = \frac{\sin a - \sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos a},$$

где ϕ — географическая широта наблюдателя. Заметим, что формулы в точности такие же, как и в § 25, за исключением того, что δ и H поменялись местами с a и A . Этот

Пример 26А

Инструкция	Результат
1. Выражаем азимут в градусах и десятичных долях градуса (§ 21)	$A = 283,271667^{\circ}$
2. Выражаем высоту в градусах и десятичных долях градуса (§ 21)	$a = 19,333889^{\circ}$
3. Вычисляем $\sin \delta = \sin a \sin \phi + \cos a \cos \phi \cos A$	$\sin \delta = 0,394255$
4. С помощью функции $\arcsin$ находим δ	$\delta = 23,219492^{\circ}$
5. Находим $\cos H = \frac{\sin a - \sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos a}$	$\cos H = 0,036048$
6. С помощью функции $\arccos$ находим H'	$H' = 87,934155^{\circ}$
7. Вычисляем $\sin A$. Если результат отрицательный, то часовой угол $H = H'$. Если положительный, то часовой угол $H = 360^{\circ} - H'$	$\sin A = -0,973293$ (отрицательный) $H = 87,934155^{\circ}$
8. Переводим H в часовую меру, разделив на 15 (§ 22)	$H = 5,862277$ ч
9. Выражаем H в часах, минутах и секундах и δ в градусах, минутах и секундах дуги (§ 8, 21)	$H = 05$ ч 51 мин 44 с $\delta = 23^{\circ}13'10''$

факт может быть полезен при написании программы для программируемого калькулятора, поскольку одна и та же программа может использоваться для перевода (σ, H) в (A, a) и (a, A) в (δ, H) .

Теперь рассмотрим пример: пусть звезда, наблюдаемая на северной широте 52° , имеет высоту $19^\circ 20' 02''$ и азимут $283^\circ 16' 18''$. Каковы ее часовой угол и склонение? Если наблюдатель находится на Гринвичском меридиане, а GST равно 0 ч 24 мин 05 с, то чему равно прямое восхождение? (См. пример 26 на стр. 47.)

Вновь шаг 7 потребовался для устранения неопределенности, возникшей при использовании $\arccos$. Вторым вопросом о переводе часового угла в прямое восхождение решается с помощью формулы

$$\alpha = \text{LST} - H,$$

где LST — местное звездное время (в нашем примере $\text{LST} = \text{GST}$), как было показано в § 24. Таким образом:

Пример 26Б

Инструкция	Результат
1. Выражаем H в часах и десятичных долях часа (§ 7)	$H = 5,862277$ ч
2. Выражаем LST в часах и десятичных долях часа (§ 7)	$\text{LST} = 0,401389$ ч
3. Вычитаем H из LST. Если результат отрицателен, добавляем 24. Получаем α в часах и десятичных долях часа	$\alpha = 18,539112$ ч
4. Переводим α в часы, минуты и секунды (§ 8)	$\alpha = 18$ ч 32 мин 21 с

Просматривая звездный атлас, мы найдем звезду 6-й величины в созвездии Геркулеса вблизи вычисленного положения.

§ 27. Переход от эклиптических координат к экваториальным

Можно перейти от эклиптических координат — долготы λ и широты β к прямому восхождению α и склонению δ по формулам:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{\sin\lambda \cos \varepsilon - \tan\beta \sin \varepsilon}{\cos \lambda}\right),$$

$$\delta = \arcsin\{\sin\beta \cos \varepsilon + \cos\beta \sin \varepsilon \sin \lambda\},$$

где ε — наклон эклиптики, т. е. угол между плоскостями экватора и эклиптики. Этот угол медленно изменяется со временем, и при необходимости достижения высокой точности следует выбирать соответствующее значение этой величины. Если, например, α и δ относятся к стандартной эпохе 1950,0 (см. § 33), то и ε должно иметь значение, соответствующее эпохе 1950,0. В примере, приводимом ниже, и в последующих параграфах мы принимаем для эпохи 1980,0 значение $\varepsilon = 23,441884^\circ$. Способ пересчета на любую другую эпоху приведен в конце параграфа.

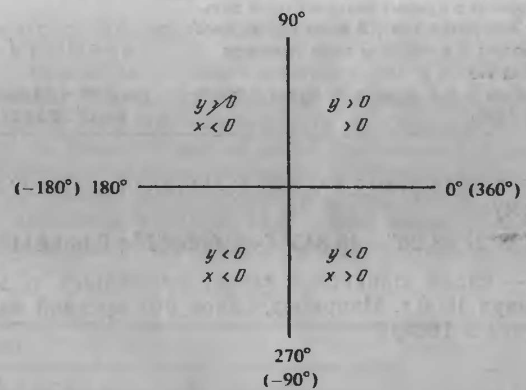


Рис. 10. Устранение неопределенности при вычислении нахождения угла по функции $\arctg$.

Рассмотрим теперь следующий пример: каковы прямое восхождение и склонение планеты, широта которой $4^{\circ}52'31''$, а долгота $139^{\circ}41'10''$?

Пример 27А

Инструкция	Результат
1. Выражаем λ и β в градусах и десятичных долях градуса (§ 21)	$\lambda = 139,686111^{\circ}$ $\beta = 4,875278^{\circ}$
2. Находим $\sin \delta = \sin \beta \cos \epsilon + \cos \beta \sin \epsilon \sin \lambda$ (полагая $\epsilon = 23,441884^{\circ}$)	$\sin \delta = 0,334420$
3. С помощью функции $\arcsin$ определяем δ в градусах и десятичных долях градуса	$\delta = 19,537269^{\circ}$
4. Вычисляем $y = \sin \lambda \cos \epsilon - \tan \beta \sin \epsilon$	$y = 0,559644$
5. Вычисляем $x = \cos \alpha$	$x = -0,762512$
6. Находим $\alpha' = \operatorname{arctg}(y/x)$	$y/x = -0,733948$ $\alpha' = -36,276732^{\circ}$
7. Нам нужно избавиться от неопределенности, возникшей при использовании функции arctg . Правило таково: α должно лежать в квадранте, определяемом знаками x и y на рис. 10. Следует вычесть или прибавить 180 или 360° к α' , чтобы эта величина попала в нужный квадрант (если только не находится там). В этом случае $\alpha = \alpha'$	$x < 0$ $y > 0$ $\alpha = \alpha' + 180^{\circ}$ $= 143,723268^{\circ}$
8. Переводим α в часовую меру делением на 15 (§ 22)	$\alpha = 9,581551$ ч
9. Выражаем α и δ в часах, минутах и секундах (§ 21,8).	$\alpha = 09$ ч 34 мин 53 с $\delta = 19^{\circ}32'14,2''$

Значение среднего наклона эклиптики к экватору дается формулой

$$\epsilon = 23^{\circ}27'08,26'' - 46,845''T - 0,0059''T^2 + 0,001811''T^3,$$

где T — число юлианских веков, прошедших с эпохи 0,5 января 1900 г. Например, каков был средний наклон эклиптики в 1980,0?

Пример 27Б

Инструкция	Результат
1. Вычисляем юлианскую дату (§ 4)	1980 г. 0,0 января JD = 2 444 238,50
2. Вычитаем 2 415 020,0 (= JD для 0,5 января 1900 г.)	2 415 020,0 = 29 218,50 сут
3. Делим на 36 525,0 и получаем T	$T = 0,799959$ века
4. Вычисляем $\Delta \epsilon = 46,845T + 0,0059T^2 - 0,001811T^3$	$\Delta \epsilon = 37,476925''$
5. Делим на 3600 для перевода в градусы	$\Delta \epsilon = 0,010410^{\circ}$
6. Вычитаем $\Delta \epsilon$ из 23,452294 и находим ϵ	$\epsilon = 23,441884^{\circ}$
7. Если требуется, переводим ϵ в градусы, минуты и секунды (§ 21)	$\epsilon = 23^{\circ}26'30,8''$

§ 28. Переход от экваториальных координат к эклиптическим

Задача, обратная рассмотренной в предыдущем разделе состоит в нахождении небесной долготы λ и β по заданному прямому восхождению α и склонению σ . Формулы таковы

$$\lambda = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \alpha \cos \beta + \operatorname{tg} \delta \sin \epsilon}{\cos \alpha} \right),$$

$$\beta = \arcsin \{ \sin \delta \cos \epsilon - \cos \delta \sin \epsilon \sin \alpha \},$$

где ϵ — наклон эклиптики к экватору (см. § 27). Эти формулы очень похожи на формулы предыдущего раздела, если вместо λ и β подставить α и σ и наоборот; симметрия, однако, не является полной из-за изменения знаков.

Рассмотрим пример: каковы эклиптические координаты планеты, прямое восхождение которой $\alpha = 09$ ч 34 мин 53,6 с, склонение $\sigma = 19^{\circ}32'14,2''$? (Мы вновь принимаем значение ϵ для эпохи 1980,0.)

Пример 28

Инструкция	Результат
1. Выражаем значения α и δ в виде десятичных дробей (§ 21, 7)	$\delta = 19,537278^{\circ}$ $\alpha = 9,581556$ ч
2. Умножаем значение α на 15 для перевода в градусную меру (§ 22)	$\alpha = 143,723333^{\circ}$

- 3 Находим $\sin \beta = \sin \delta \cos \epsilon - \cos \delta \sin \epsilon \sin \alpha$ ($\epsilon = 23,441884^\circ$)
- 4 С помощью функции $\arcsin$ находим β в градусах и десятичных долях градуса
5. Вычисляем $y = \sin \alpha \cos \epsilon + \operatorname{tg} \delta \sin \epsilon$
6. Вычисляем $x = \cos \alpha$
7. Вычисляем $\lambda' = \operatorname{arctg}(y/x)$
8. Нам нужно устранить неопределенность, возникшую при использовании функции arctg . Правило таково: λ должно быть в квадранте, который определяется знаками x и y (см. рис. 10). Добавляем или вычитаем 180 или 360° для приведения λ в нужный квадрант. Если λ уже лежит в нужном квадранте, то $\lambda' = \lambda$
9. Выражаем λ и β в градусах, минутах и секундах дуги (§ 21)

$$\begin{aligned}\sin \beta &= 0,084988 \\ \beta &= 4,874306^\circ \\ y &= 0,684016 \\ x &= -0,806169 \\ \lambda' &= -40,313833^\circ \\ y > 0 \\ x < 0 \\ \lambda &= \lambda' + 180,0^\circ \\ &= 139,686167^\circ \\ \lambda &= 139^\circ 41' 10'' \\ \beta &= 4^\circ 52' 31''\end{aligned}$$

§ 29. Переход от экваториальных координат к галактическим

Иногда нужно знать положение звезды по отношению к остальным звездам в нашей Галактике. Для этого можно воспользоваться галактической системой координат. Формулы преобразования имеют вид

$$b = \arcsin [\cos \delta \cos (27,4^\circ \cos (\alpha - 192,25)^\circ + \sin \delta \sin (27,4)^\circ],$$

$$l = \operatorname{arctg} \left[\frac{\sin \delta - \sin b \sin (27,4^\circ)}{\cos \delta \sin (\alpha - 192,25^\circ \cos (27,4^\circ)} \right] + 33^\circ.$$

Числа отражают следующие данные о нашей Галактике: координаты галактического полюса $\alpha = 192^\circ 15'$, $\delta = +27^\circ 24'$, долгота восходящего узла $l = 33^\circ$. Все эти координаты относятся к эпохе 1950,0. (см. § 33).

Обратимся к примеру: каковы галактические координаты

Пример 29

Инструкция	Результат
1. Представляем α и δ в виде десятичных дробей (§ 21, 7)	$\delta = 10,053056^\circ$ $\alpha = 10,350000$ ч
2. Переводим α в градусную меру, умножая на 15 (§ 22)	$\alpha = 155,250000^\circ$

3. Находим $\sin b = \cos \delta \cos (27,4^\circ \cos (\alpha - 192,25)^\circ + \sin \delta \sin (27,4)^\circ$
4. Используя функцию $\arcsin$, находим b в градусах
5. Вычисляем $y = \sin \delta - \sin b \sin (27,4^\circ)$ и запоминаем его знак
6. Вычисляем $x = \cos \delta \sin (\alpha - 192,25)^\circ \cos (27,4^\circ)$ и запоминаем его знак
7. Делим y на x
8. Находим arctg .
Теперь нужно избавиться от неопределенности, возникшей при вычислении. Для этого обратимся к рис. 10 и, вычитая или добавляя 180 или 360° , сдвинем угол в нужный квадрант, если он там не оказался сразу
9. Добавляем 33° для получения l
10. Переводим l и b в градусы, минуты, секунды (§ 21)

$$\begin{aligned}\sin b &= 0,778487 \\ b &= 51,122268^\circ \\ y &= -0,183700 (< 0) \\ x &= -0,526097 (< 0) \\ y/x &= 0,349174 \\ \operatorname{arctg}(y/x) &= 19,247874^\circ \\ &\text{В соответствии с рис. 10 добавляем } +180,0^\circ \\ &+ 33,0 \\ l &= 232,247874^\circ \\ l &= 232^\circ 14' 53'' \\ b &= 51^\circ 07' 20''\end{aligned}$$

наты звезды, прямое восхождение которой $\alpha = 10$ ч 21 мин 00 с, а склонение $\delta = 10^\circ 03' 11''$?

§ 30. Переход от галактических координат к экваториальным

Пусть даны галактические координаты объекта l и b ; каковы соответствующие экваториальные координаты α и δ ? Чтобы ответить на этот вопрос, нам нужны следующие формулы преобразования:

$$\delta = \arcsin [\cos b \cos (27,4^\circ \sin (l - 33^\circ) + \sin b \sin (27,4^\circ)],$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left[\frac{\cos b \cos (l - 33^\circ)}{\sin b \cos (27,4^\circ) - \cos b \sin (27,4^\circ) \sin (l - 33^\circ)} \right] + 192,25^\circ.$$

где α и δ выражены в градусах.

Для примера найдем прямое восхождение и склонение звезды, галактическая долгота которой $l = 232^\circ 14' 53''$ а галактическая широта $b = 51^\circ 07' 20''$.

Пример 30

Инструкция	Результат
1. Переводим l и b в градусы и десятичные доли градуса (§ 21)	$b = 51,122222^\circ$ $l = 232,248056^\circ$
2. Вычисляем $\sin \delta = \cos b \cos(27,4^\circ) \times \sin(l - 33^\circ) + \sin b \sin(27,4^\circ)$	$\sin \delta = 0,174558$
3. С помощью функции $\arcsin$ находим δ в градусах	$\delta = 10,052940^\circ$
4. Вычисляем $y = \cos b \cos(l - 33^\circ)$ и запоминаем знак этой величины	$y = -0,592575 (< 0)$
5. Находим $x = \sin b \cos(27,4^\circ)$ и запоминаем его знак	$x = 0,786374 (> 0)$
6. Делим y на x	$y/x = -0,753554$
7. Вычисляем $\arctg$ Нам нужно избавиться от неопределенности, появившейся от использования $\arctg$. Для этого обратимся к рис. 10 и вычтем или добавим 180 или 360° , чтобы результат попал в правильный квадрант, если он не оказался там сразу	$\arctg(y/x) = 36,999998$ = (уже в нужном = квадранте)
8. Добавляем $192,25^\circ$ и находим α в градусах	$+ 192,25^\circ$
9. Делим на 15 и получаем α в часовой мере (§ 22)	$\alpha = 155,250002^\circ$ $\alpha = 10,350000 \text{ ч}$
10. Переводим α и δ в градусы, минуты и секунды (§ 21 и 8)	$\alpha = 10 \text{ ч } 21 \text{ мин } 00 \text{ с}$ $\delta = 10^\circ 03' 11''$

§ 31. Угол между двумя небесными объектами

Иногда бывает интересно знать угловое расстояние между двумя объектами на небе. Его легко вычислить, зная экваториальные (α, δ) или эклиптические (λ, β) координаты обоих объектов. Формулы имеют вид

$$\cos d = \sin \delta_1 \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2),$$

$$\cos d = \sin \beta_1 \sin \beta_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2),$$

где d — угол между объектами с координатами α_1, δ_1 (λ_1, β_1) и α_2, δ_2 (λ_2, β_2). Эти формулы являются строгими и дают верный результат для любых значений α, δ или λ, β . Однако для малых d или для d , близких к 180° , точность вашего калькулятора может оказаться недостаточной для

получения правильного ответа; в этом случае лучше использовать выражения

$$d = (\cos^2 \delta \cdot \Delta \alpha^2 + \Delta \delta^2)^{1/2} \quad \text{или} \quad d = (\cos^2 \beta \cdot \Delta \lambda^2 + \Delta \beta^2)^{1/2},$$

где $\Delta \alpha, \Delta \delta$ (или $\Delta \lambda, \Delta \beta$) — разности между двумя соответствующими координатами (т. е. $\Delta \alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ и т. д.).

Эти формулы можно использовать, если значения d отличаются от 0 или от 180° не более чем на $10'$. И $\Delta \alpha$ ($\Delta \lambda$), и $\Delta \delta$ ($\Delta \beta$) должны быть выражены в одинаковых единицах (например, в секундах дуги); значение d получается в этих же единицах.

Определим, например, каково угловое расстояние между β Ориона ($\alpha = 05 \text{ ч } 13 \text{ мин } 31,7 \text{ с}, \delta = 8^\circ 13' 30''$) и α Б.Пса ($\alpha = 06 \text{ ч } 44 \text{ мин } 13,4 \text{ с}, \delta = -16^\circ 41' 11''$)?

Пример 31

Инструкция	Результат
1. Преобразуем обе пары координат в десятичную форму (§ 7, 21)	$\alpha_1 = 5,225472 \text{ ч}$ $\delta_1 = -8,225000^\circ$ $\alpha_2 = 6,737056 \text{ ч}$ $\delta_2 = -16,686389^\circ$
2. Находим разность $\alpha_1 - \alpha_2$ и переводим ее в градусную меру, умножая на 15 (§ 22)	$\alpha_1 - \alpha_2 = -1,511584 \text{ ч}$ $= -22,673760^\circ$
3. Вычисляем $\cos d = \sin \delta_1 \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$	$\cos d = 0,915846$
4. С помощью функции $\arccos$ находим d . Если нужно, преобразуем результат в градусы, минуты и секунды дуги (§ 21)	$d = 23,673859^\circ$ $= 23^\circ 40' 26''$

§ 32. Восход и заход

Представляется, что в течение сидерических суток звезды и другие «неподвижные» небесные объекты движутся по окружностям с центрами на оси вращения Земли, совершая полный оборот за 24 ч. В настоящее время очень близко к Северному полюсу земной оси находится звезда, именуемая Полярной, и кажется, будто звезды северного полушария обращаются вокруг Полярной звезды. Однако эта звезда не представляет собой ничего особенного, а в южном полушарии подобного объекта вовсе не существует. Помимо того, полюса постепенно изменяют свое положение на небе вследствие прецессии (см. следующий

параграф¹, так что Полярная звезда через несколько тысяч лет уже не будет расположена близ полюса мира.

Видимый радиус окружности, по которой движется звезда, конечно, зависит от углового расстояния (полярного расстояния) между звездой и полюсом. Те звезды, у которых полярное расстояние достаточно мало, при своем обращении по небосводу никогда не заходят за горизонт. Такие звезды называются *околополярными*. Однако по мере увеличения полярного расстояния возникает положение, когда звезда в определенное время суток касается горизонта. Звезды с еще большим полярным расстоянием часть времени находятся под горизонтом, вне поля зрения наблюдателя. Когда звезда пересекает горизонт при движении вниз, говорят, что она *заходит*, а когда появляется вновь, говорят, что она *восходит*.

Моменты восхода и захода, а также азимуты точек горизонта, где это происходит, можно вычислить по следующим формулам:

$$LST_r = 24 - \frac{1}{15} \arccos(-\operatorname{tg}\phi \operatorname{tg}\delta) + \alpha,$$

$$LST_s = \frac{1}{15} \arccos(-\operatorname{tg}\phi \operatorname{tg}\delta) + \alpha,$$

$$A_s = 360 - \arccos(\sin\delta/\cos\phi),$$

$$A_r = \arccos(\sin\delta/\cos\phi),$$

где индексы r и s обозначают восход и заход соответственно, A — азимут, LST — местное звездное время в часах, α — прямое восхождение, δ — склонение, а ϕ — географическая широта наблюдателя. Эти формулы дают моменты времени, когда высота звезды равна 0° . Если на горизонте наблюдателя видны горы или если сам наблюдатель располагается на горе, то его местное видимое время восхода и захода может немного отличаться. Разумеется, от LST можно перейти к GMT , а затем и к местному гражданскому времени при помощи методов, описанных в § 15, 13 и 10.

Таким образом, можно рассчитать все обстоятельства восхода и захода звезды. Для примера вычислим CMT восхода и захода звезды на 24 августа 1980 г. с координатами $\alpha = 23^\circ 39' 20''$ и $\delta = 21^\circ 42' 00''$ и найдем соответствующие значения азимутов. Наша широта 30° с. ш., долгота 64° в. д. (См. пример 32 А.)

Пример 32А

Инструкция	Результат
1. Переводим значения α и δ в десятичную форму (§ 7 и 21)	$\delta = 21,700000^\circ$ $\alpha = 23,655556$ ч
2. Находим $\cos A_r = \sin\delta/\cos\phi$	$\cos A_r = 0,426947$
3. С помощью функции $\arccos^*$ находим значение A_r	$A_r = 64,726049^\circ$
4. Вычитаем A_r из 360° и получаем A	$A_s = 295,273951^\circ$
5. Переходим к градусам, минутам и секундам (§ 21)	$A_r = 64^\circ 43' 34''$ $A_s = 295^\circ 16' 26''$
Теперь найдем моменты времени	
6. Вычислим величину $H = \frac{1}{15} \arccos(-\operatorname{tg}\phi \operatorname{tg}\delta)$	$H = 6,885512$ ч
7. Находим $LST_r = 24 + \alpha - H$. Если ответ больше 24, вычитаем 24	$LST_r = 16,770044$ ч
8. Находим $LST_s = \alpha + H$. Если ответ больше 24, вычитаем 24	$LST_s = 6,541068$ ч
9. Переходим от местного звездного времени к GST (§ 15)	$GST_r = 12,503377$ ч $GST_s = 2,274401$ ч
10. Переходим от GST к GMT (§ 13)	$GMT_r = 14$ ч 18 мин 09 с $GMT_s = 04$ ч 06 мин 05 с

* Если склонение звезды таково, что она никогда не восходит над горизонтом или если звезда является околополярной, вы обнаружите, что требуется вычислить $\arccos$ величины, большей 1 или меньшей -1. Это сделать невозможно, и ваш калькулятор выдаст сообщение об ошибке.

Заметим, что вычисленные нами моменты по солнечному времени относятся к определенной дате. Как и в рассмотренном примере, время захода может наступать раньше времени восхода.

Везде в наших расчетах мы предполагали, что вычисленные координаты дают нам видимое положение небесного тела. Однако имеются несколько эффектов, в том числе атмосферная рефракция (см. § 34) и параллакс (для тел, сравнительно близких к Земле; см. § 35), которые приведут к смещению видимого положения, а это может изменить наблюдаемые моменты восхода и захода на несколько минут. Этот эффект для восхода или захода изображен на рис. 11.

Пересечение горизонта небесным телом наблюдается в точке B , хотя «на самом деле», как дает расчет с неис-

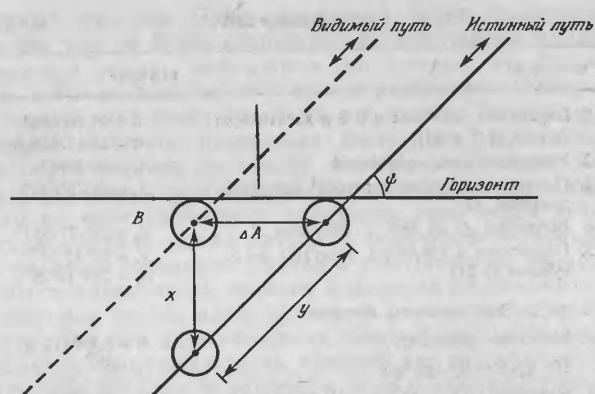


Рис 11 Истинное и видимое положения небесного тела при восходе и заходе.

правленными координатами, это происходит в точке А (внизу).

Если нам известно вертикальное смещение x , мы легко можем вычислить величины ΔA и y , чтобы внести поправки в вычисленные азимуты и моменты времени. Формулы имеют вид

$$y = \arcsin(\sin x / \sin \psi) \text{ (градусы)}$$

$$\Delta A = \arcsin(\operatorname{tg} x / \operatorname{tg} \psi) \text{ (градусы),}$$

где

$$\psi = \arccos(\sin \phi / \cos \delta) \text{ (градусы)}$$

Поправка, которую нужно добавить к времени захода или вычесть из времени восхода, дается формулой

$$\Delta t = 240y / \cos \delta \text{ (секунды).}$$

где y выражено в градусах.

Величина x , определяемая атмосферной рефракцией, в условиях восхода и захода достигает $\sim 34'$. Рассчитаем теперь эффекты рефракции для условий захода и восхода, описанных в предыдущем параграфе (пример 32 Б). Другой метод вычисления Δt будет описан в § 34.

Пример 32Б

Инструкция	Результат
1. Вычисляем $\psi = \arccos(\sin \phi / \cos \delta)$ (ϕ и δ выражены в десятичной форме)	$\psi = 57,443139^\circ$
2. Переводим значение x в десятичную форму (§ 21)	$x = 0,566667^\circ$
3. Вычисляем $\Delta A = \arcsin(\operatorname{tg} x / \operatorname{tg} \psi)$	$\Delta A = 0,361812^\circ$
4. Вычисляем $A'_r = A_r - \Delta A$ и $A'_s = A_s + \Delta A$ — видимые азимуты восхода и захода. A_r и A_s должны быть выражены в десятичной форме	$A'_r = 64,364237^\circ$ $A'_s = 295,635763^\circ$
5. Переводим A'_r и A'_s в градусы, минуты и секунды (§ 21)	$A'_r = 64^\circ 21' 51''$ $A'_s = 295^\circ 38' 109''$
6. Вычисляем $y = \arcsin(\sin x / \sin \psi)$	$y = 0,672321^\circ$
7. Вычисляем $\Delta t = 240y / \cos \delta$ (δ выражено в градусах)	$\Delta t = 173,664100 \text{ с}$
8. Переходим к долям часа, деля полученный в (7) результат на 3600	$\Delta t = 0,048240 \text{ ч}$
9. Находим $LST_r = LST_s - \Delta t$ и $LST'_s = LST_s + \Delta t$ — видимые моменты восхода и захода по местному звездному времени	$LST_r = 16,721804 \text{ ч}$ $LST'_s = 6,589308 \text{ ч}$
10. Переводим полученные моменты времени сначала в GST (§ 15), а затем в GMT (§ 13)	$GMT'_r = 14 \text{ ч } 15 \text{ мин } 16 \text{ с}$ $GMT'_s = 05 \text{ ч } 08 \text{ мин } 59 \text{ с}$

§ 33. Прецессия

В § 18 мы убедились, что экваториальные координаты идеальны для описания положений звезд, так как они не зависят от движения Земли и поэтому для данной звезды оказываются постоянными. Это справедливо с достаточно высокой точностью, однако на самом деле координаты медленно изменяются со временем. Это происходит вследствие специфического движения земной оси. Подобно тому как ось быстро вращающегося волчка медленно смещается относительно вертикальной линии, земная ось медленно поворачивается относительно определенного направления в пространстве. Это движение называется *лунно-солнечной прецессией* и вызвано притяжением Земли Луной и Солнцем. Мы не будем вдаваться

в детали; достаточно сказать, что эффект мал, а Северный полюс Земли совершает полный оборот за 25 800 лет, однако для точности нам нужно учитывать и это перемещение.

Координаты α и δ звезд и галактик, указанные в каталогах, приведены к определенному моменту времени, или *эпохе*. Те координаты, с которыми вам придется иметь дело, скорее всего, окажутся приведенными к эпохе 1950,0 (т. е. отнесенными к началу 1950 г.), и вы можете найти значения, которые они будут иметь в какой-либо другой момент времени, используя формулы

$$\alpha_1 = \alpha_0 + (3,07327 \text{ с} + 1,33617 \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0 \text{ сек}) N,$$

$$\delta_1 = \delta_0 + (20,0426'' \cos \alpha_0) N,$$

где N — число лет, прошедших с 1950,0; α_0 и δ_0 — координаты для эпохи 1950,0, α_1 , δ_1 — новые координаты.

При переходе от координат, отнесенных к эпохам, отличным от 1950,0, используют следующие формулы*:

$$\alpha_1 = \alpha_0 + (m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) N,$$

$$\delta_1 = \delta_0 + (n' \cos \alpha_0) N.$$

Значения m , n , n' даны в табл. 5.

Таблица 5

Эпоха,	m , секунды	n , секунды	n' , секунды дуги
1900,0	3,07234	1,33646	20,0468
1950,0	3,07327	1,33617	20,0426
1975,0	3,07374	1,33603	20,0405
2000,0	3,07420	1,33589	20,0383

Для нашего примера мы рассчитаем на эпоху 1979,5 координаты звезды, координаты которой для эпохи 1950,0 были $\alpha_0 = 09 \text{ ч } 10 \text{ мин } 43 \text{ с}$, $\delta_0 = 14^\circ 23' 25''$.

* Эти формулы неудобны для звезд вблизи северного и южного полюсов, где значения $\operatorname{tg} \delta$ неограниченно возрастают

Пример 33

Инструкция	Результат
1. Переведем значение α_0 , δ_0 в десятичную форму (§ 21 и 7)	$\alpha_0 = 9,178611 \text{ ч}$ $\delta_0 = 14,390278^\circ$
2. Переводим α_0 в градусную меру, умножая на 15 (§ 22)	$\alpha_0 = 137,679165^\circ$
3. Вычисляем $S_1 = (3,07327 + 1,33617 \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) N$ (где $N = 1979,5 - 1950,0 = 29,5$)	$S_1 = 97,470657 \text{ с}$
4. Делим полученное значение на 3600 и переводим в часы	$S_1 = 0,027075 \text{ ч}$
5. Прибавляем S_1 (в часах) к α_0 (в часах) и получаем α_1 (тоже в часах)	$\alpha_1 = 9,205686 \text{ ч}$
6. Переходим к часам, минутам и секундам (§ 8)	$\alpha_1 = 09 \text{ ч } 12 \text{ мин } 20 \text{ с}$
7. Вычисляем $S_2 = (20,0426 \cos \alpha_0) N$	$S_2 = -437,167111''$
8. Делим на 3600 и получаем градусы	$S_2 = -0,121435^\circ$
9. Добавляем S_2 к δ_0 и получаем δ_1	$\delta_1 = 14,268843^\circ$
10. Переходим к градусам, минутам и секундам (§ 21)	$\delta_1 = 14^\circ 16' 08''$

§ 34. Рефракция

До сих пор во всех наших расчетах предполагалось, что свет от отдаленных объектов (небесных тел) приходит к нам кратчайшим путем — по прямой. На самом деле это не так (за исключением наблюдений в зените), потому что земная атмосфера несколько меняет направление лучей, заставляя их падать на поверхность Земли под углом, отличающимся от того, под которым луч пришел бы в отсутствие атмосферы (рис. 12). Это явление называется *атмосферной рефракцией*; ее эффект состоит в том, что звезда кажется ближе к зениту, чем в действительности. Величина рефракции зависит от *зенитного угла*, или *зенитного расстояния* (90° — высота светила), и от состояния атмосферы, в частности температуры и давления. Однако для наших целей можно не учитывать относительно малые изменения рефракции от дня ко дню и принять стандартное значение показателя преломления атмосферы. Таким образом, если мы наблюдаем с поверхности Земли

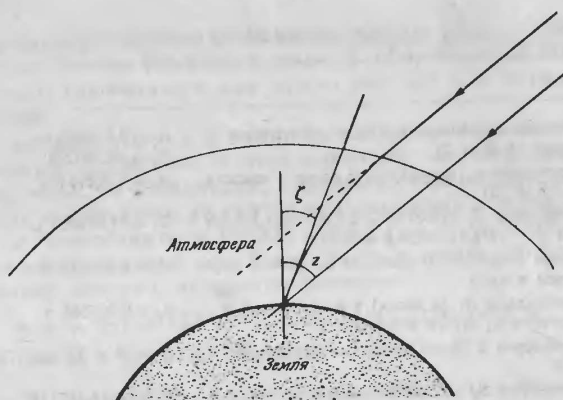


Рис. 12. Атмосферная рефракция.

звезду на зенитном расстоянии ζ , то ее истинное зенитное расстояние вычисляется по формуле

$$z = \zeta + R = \zeta + 58,16'' \operatorname{tg} \zeta - 0,067'' \operatorname{tg}^3 \zeta,$$

которая остается достаточно точной для зенитных углов, меньших приблизительно 75° , т. е. для высот светил, превышающих 15° . Рефракция для более близких к горизонту наблюдений обычно не может быть рассчитана и определяется из измерений.

Влияние рефракции на прямое восхождение и склонение можно легко рассчитать для зенитных углов меньше $\sim 45^\circ$. Если истинные координаты звезды α и δ , то видимые координаты α' и δ' вычисляются по формулам

$$\delta' = \delta + 58,16'' \operatorname{tg} \zeta \cos \eta,$$

$$\alpha'' = \alpha + 3,877 \text{ с} \cdot \operatorname{tg} \zeta (\sin \eta / \cos \delta),$$

где η определяется из соотношения

$$\eta = \arccos \left(\frac{\sin \varphi - \sin \delta \cos z}{\cos \delta \sin z} \right)$$

Здесь φ — географическая широта наблюдателя.

Рассчитаем теперь рефракцию для звезды с экваториальными координатами $\alpha = 05 \text{ ч } 12 \text{ мин } 32 \text{ с}$, $\delta =$

$= 45^\circ 59' 20''$ для места, в котором наблюдаемое зенитное расстояние было $9^\circ 54' 16''$. Широта наблюдателя 52° с. ш.

Пример 34А

Инструкция	Результат
1. Переводим значение ζ в десятичную форму (§ 21)	$\zeta = 9,9044^\circ$
2. Вычисляем $R = 58,16 \operatorname{tg} \zeta - 0,067 \operatorname{tg}^3 \zeta$	$R = 10,14''$
3. Переводим значение R в градусы, деля на 3600	$R = 0,0028^\circ$
4. Находим $z = \zeta + R$	$z = 9,9072^\circ$
5. Переводим значение δ в десятичную форму (§ 21)	$\delta = 45,9889^\circ$
6. Вычисляем $\eta = \arccos \left(\frac{\sin \varphi - \sin \delta \cos z}{\cos \delta \sin z} \right)$	$\eta = 48,2951^\circ$
7. Вычисляем $\Delta_1 = 58,16 \operatorname{tg} \zeta \cos \eta$	$\Delta_1 = 6,76''$
8. Переводим значение Δ_1 в градусы, деля на 3600	$\Delta_1 = 0,0019^\circ$
9. Прибавляем Δ_1 к δ и находим δ'	$\delta' = 45,9908^\circ$
10. Переводим δ' в градусы, минуты и секунды (§ 21)	$\delta' = 45^\circ 59' 27''$
11. Вычисляем $\Delta_2 = 3,877 \operatorname{tg} \zeta \cdot (\sin \eta / \cos \delta')$	$\Delta_2 = 0,727''$
12. Добавляем Δ_2 к α и находим α'	$\alpha' = 05 \text{ ч } 12 \text{ мин } 33 \text{ с}$

Значение R непосредственно на уровне горизонта составляет около $34'$. Поскольку рефракция увеличивает видимую высоту светила, восход (заход) происходит раньше (позже), чем это происходило бы в отсутствие атмосферы. Следовательно, эффективная длина дня увеличивается за счет атмосферной рефракции.

Можно рассчитывать влияние рефракции на азимуты и моменты восхода и захода по методу, описанному в § 32. С другой стороны, можно вычислить влияние рефракции на часовую угол H в момент восхода и захода по формуле

$$\Delta H = \frac{34'}{15 \cos \varphi \cos \delta \sin H} \text{ (минуты времени),}$$

где ΔH — величина, на которую уменьшается истинный часовый угол. Применим эту формулу к примеру, использованному в § 32.

Пример 34Б

Инструкция	Результат
1. Вычисляем значение часового угла точек восхода и захода (H в § 32). Преобразуем его в градусы, умножая на 15	$H = 6,885512 \text{ ч}$ $= 103,282680^\circ$
2. Вычисляем $\Delta H = \frac{34}{15 \cos \phi \cos \delta \sin H}$ ($\phi = 30^\circ$ с. ш., $\delta = 21,7^\circ$)	$\Delta H = 2,894381 \text{ мин}$
3. Умножаем на 60 для перехода к секундам; сравните результат со значением Δt , полученным в § 32	$\Delta H = 173,66 \text{ с}$

§ 35. Геоцентрический параллакс и фигура Земли

В последующих параграфах книги мы будем вычислять координаты Солнца, Луны и других тел Солнечной системы. Эти координаты являются геоцентрическими, т. е. отнесенными к центру Земли как началу координат. Если небесное тело очень удалено от нас, то геоцентрические координаты практически совпадают с координатами, измеренными из любой точки на земной поверхности. Однако при изучении относительно близких объектов, таких, как Солнце и особенно Луна, их положения оказываются несколько различными в зависимости от точки наблюдения. Это показано на рис. 13; два наблюдателя O_1 и O_2 смотрят на Луну M с поверхности Земли. Каждый измеряет угол между направлениями на Луну и на очень далекую звезду S . Поскольку эта звезда очень далека от нас, лучи O_1S и O_2S параллельны друг другу, так что оба наблюдателя видят звезду в одной и той же точке неба по отношению к другим звездам. Однако измеряемые ими углы α_1 и α_2 не одинаковы, и, следовательно, видимые положения Луны для этих наблюдателей тоже будут разными.

Если α_0 — прямое восхождение Луны, вычисленное для центра Земли, то каждый из наблюдателей должен ввести свою поправку к α_0 , чтобы получить видимое прямое восхождение α_1 или α_2 для своей точки наблюдения.

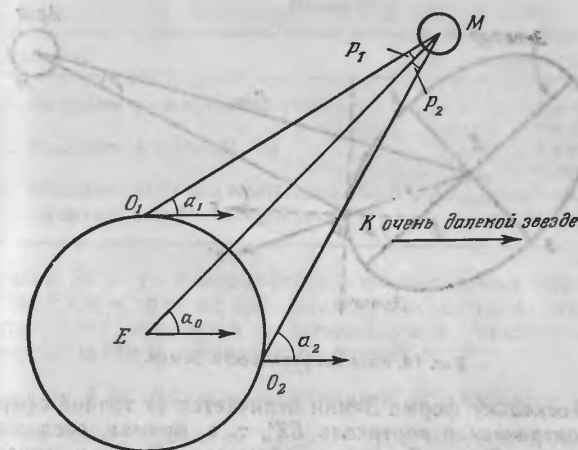


Рис. 13. Геоцентрический параллакс.

Этот видимый сдвиг положения небесного тела на небосводе называется *геоцентрическим параллаксом*, и нам часто придется учитывать его — например, если мы хотим рассчитать обстоятельства затмения. Задача несколько усложняется тем, что Земля имеет не точно сферическую форму, а больше похожа на сфероид вращения, сплюснутый вдоль прямой, соединяющей Северный и Южный полюса Земли. Сечение земной поверхности по линии постоянной долготы приближенно оказывается эллипсом, в то время как сечение по линии постоянной широты должно быть окружностью. Если нам нужно внести точную поправку за параллакс, надо учитывать фигуру Земли, т. е. ее отклонение от идеальной сферы. Ситуация в преувеличенном виде изображена на рис. 14, где через E обозначен центр Земли, через N и S — ее Северный и Южный полюса соответственно. Наблюдатель, находящийся в точке O , определяет с помощью отвеса направление в зенит OZ (пунктир). Угол, который образует это направление с плоскостью экватора, равен *географической*, или *астрономической*, широте ϕ наблюдателя

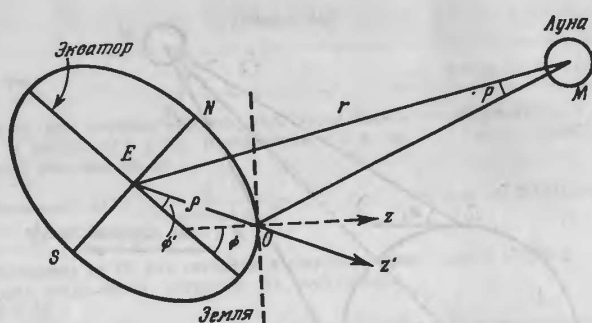


Рис. 14. Учет несферичности Земли.

Поскольку форма Земли отличается от точной сферы, геоцентрическая вертикаль EZ' , т. е. прямая, соединяющая центр Земли E и точку наблюдения O , как и геоцентрическая широта ϕ' , будет иметь несколько различные значения. Для расчета влияния параллакса нам нужно знать величины $\rho \sin \phi'$ и $\rho \cos \phi'$, где ρ — расстояние от наблюдателя до центра Земли. Для точки, имеющей высоту над уровнем моря h метров, мы получаем

$$\rho \sin \phi' = 0,996647 \sin u + \frac{h}{6378140} \sin \phi,$$

$$\rho \cos \phi' = \cos u + \frac{h}{6378140} \cos \phi,$$

где

$$u = \arctg(0,996647 \operatorname{tg} \phi).$$

Угол ϕ считается положительным в северном и отрицательным в южном полушарии. Для примера рассчитаем значения $\rho \sin \phi'$ и $\rho \cos \phi'$ для наблюдателя, расположенного на высоте 60 м над уровнем моря в точке с координатами 100° зап. долг. и 50° сев. шир. (пример 35).

Угол ρ на рис. 14 по определению называется *геоцентрическим параллаксом*. Это угол, под которым отрезок прямой между наблюдателем и центром Земли виден с исследуемого небесного тела. Если наблюдатель видит объект непосредственно на горизонте (т. е. зенитный угол

Пример 35

Инструкция	Результат
1. Вычисляем $u = \arctg(0,996647 \operatorname{tg} \phi)$	$\phi = +50,0^\circ$ $u = 49,905217^\circ$
2. Вычисляем $h' = (h/6378140)$	$h = 60,0$ м $h' = 0,000009$
3. Вычисляем $\rho \sin \phi' = 0,996647 \sin u + h' \sin \phi$	$\rho \sin \phi' = 0,762422$
4. Вычисляем $\rho \cos \phi' = \cos u + h' \cos \phi$	$\rho \cos \phi' = 0,644060$

равен 90°), то ρ называется *горизонтальным параллаксом*. Если к тому же наблюдатель находится на экваторе, этот угол именуется *экваториальным горизонтальным параллаксом* и обозначается буквой P .

§ 36. Вычисление поправки за параллакс

Если геоцентрический часовой угол небесного тела равен H , а его геоцентрическое прямое восхождение α , то видимые часовой угол H' и прямое восхождение α' (с учетом параллакса) находятся по формулам

$$H' = H + \Delta,$$

$$\alpha' = \alpha - \Delta;$$

$$\Delta = \arctg \left(\frac{\rho \cos \phi' \sin H}{r \cos \delta - \rho \cos \phi' \cos H} \right).$$

Величина $\rho \cos \phi'$ вычислена в § 35, а r — расстояние от небесного тела до центра Земли, измеренное в долях земного радиуса (6378,14 км). Если это расстояние указано в километрах (обозначим его r'), то

$$r = r'/6378,14.$$

Значение r можно определить также, зная экваториальный горизонтальный параллакс P небесного тела, следующим образом:

$$r = 1/\sin P.$$

Формула для нахождения видимого склонения δ' по геоцентрическому склонению δ имеет вид

$$\delta' = \arctg \cos H' \frac{r \sin \delta - \rho \sin \phi'}{r \cos \delta \cos H - \rho \cos \phi'}.$$

3*

Как и ранее, величины $\rho \sin \phi'$ и $\rho \cos \phi'$ можно определить способом, описанным в § 35.

Для примера вычислим видимое прямое восхождение и склонение Луны на 26 февраля 1979 г. в 16 ч 45 мин GMT, если она наблюдалась с высоты 60 м над уровнем моря в точке с координатами 100° з.д. и 50° с.ш. Геоцентрические координаты Луны $\alpha = 22$ ч 35 мин 9 с и $\delta = -7^\circ 41' 13''$, экваториальный горизонтальный параллакс $1^\circ 01' 09''$.

Пример 36А

Инструкция	Результат
1. Переходим от GMT к GST, затем к LST при помощи методов § 12 и 14	GMT = 16 ч 45 мин GST = 3,145733 ч LST = 20,479066 ч
2. Переводим значения α и δ в десятичную форму (§ 7 и 21)	$\alpha = 22,588611$ ч $\delta = -7,686944^\circ$
3. Находим часовой угол H (§ 24) и переводим его значение в градусы (§ 22)	$H = -2,109545$ ч $= -31,643175^\circ$
4. Определяем $\rho \cos \phi'$ и $\rho \sin \phi'$ (§ 35)	$\rho \cos \phi' = 0,644060$ $\rho \sin \phi' = 0,762422$
5. Определяем $r = 1/\sin P$ (не забудьте перевести P в десятичные доли градуса согласно § 21)	$r = 56,221228$ радиусов Земли $P = 1,019167^\circ$
6. Вычисляем $\Delta = \arctg \left(\frac{\rho \cos \phi' \sin H}{r \cos \delta - \rho \cos \phi' \cos H} \right)$	$\Delta = -0,350921^\circ$
7. Находим $H' = H + \Delta$	$H' = -31,994096^\circ$
8. Переводим Δ в часы, деля на 15 (§ 22)	$\Delta = -0,023395$ ч
9. Находим α' , вычитая Δ из α	$\alpha' = 22,612006$ ч
10. Вычисляем $\delta' =$ $= \arctg \left(\frac{\cos H' \cdot r \sin \delta - \rho \sin \phi'}{r \cos \delta \cos H - \rho \cos \phi'} \right)$	$\delta' = -8,538164^\circ$
11. Переводим α' и δ' в минуты и секунды (§ 8 и 21)	$\alpha' = 22$ ч 36 мин 43 с $\delta' = -8^\circ 32' 17''$

Столь детальные расчеты необходимы только для Луны, имеющей очень большой параллакс. У Солнца, комет и планет он значительно меньше, что позволяет упростить формулы без потери точности. Пусть опять r обозначает расстояние от небесного тела до центра Земли, однако на сей раз измеренное в астрономических единицах (а. е.).

Тогда

$$\pi = 8,794/r \text{ секунд дуги};$$

$$\alpha' = \alpha - \frac{\pi \sin H \rho \cos \phi'}{\cos \delta},$$

$$\delta' = \delta - \pi (\rho \sin \phi' \cos \delta - \rho \cos \phi' \cos H \sin \delta);$$

букву π часто применяют для обозначения параллакса. Будьте внимательны при использовании этой буквы; кроме параллакса она обозначает число «пи» 3,141592654...

Рассмотрим теперь видимое положение Солнца для того же наблюдателя и в тот же момент времени, что и в предыдущем примере. Геоцентрическое прямое восхождение Солнца 22 ч 36 мин 44 с; склонение $-8^\circ 44' 24''$. Расстояние составляло 0,9901 а. е.

Пример 36Б

Инструкция	Результат
1. Вычисляем $\pi = 8,794/r$	$\pi = 8,881931''$
2. Переходим к градусам, деля на 3600	$\pi = 0,002467^\circ$
3. Переводим в часы, деля на 15 (§ 22)	$\pi = 0,000164$ ч
4. Переводим GMT в GST и затем в LST при помощи методов, описанных в § 12 и 14	GST = 3,145733 ч LST = 20,479066 ч
5. Переводим значения α и δ в десятичную форму (§ 7 и 21)	$\alpha = 22,612222$ ч $\delta = -8,740000^\circ$
6. Находим $\rho \cos \phi'$ и $\rho \sin \phi'$ (§ 35)	$\rho \cos \phi' = 0,644060$ $\rho \sin \phi' = 0,762422$
7. Находим часовой угол H и переводим его в градусную формулу (§ 24 и 22)	$H = -2,133156$ ч $= -31,997340^\circ$
8. Вычисляем $\Delta_1 = \frac{\pi \sin H \rho \cos \phi'}{\cos \delta}$ (π выражено в часах)	$\Delta_1 = -0,000057$ ч
9. Вычитаем поправку из α и получаем α'	$\alpha' = 22,612279$ ч
10. Находим $\Delta_2 = \pi (\rho \sin \phi' \cos \delta - \rho \cos \phi' \cos H \sin \delta)$ (π выражено в градусах)	$\Delta_2 = 0,002064^\circ$
11. Вычитаем поправку из δ и получаем δ'	$\delta' = -8,742064^\circ$
12. Переводим α' и δ' в минуты и секунды (§ 8 и 21)	$\alpha' = 22$ ч 36 мин 44 с $\delta' = -8^\circ 44' 31''$

Заметим, что поправки за параллакс в этом случае

практически несущественны. Для всех небесных тел, кроме Луны, геоцентрическим параллаксом обычно можно пренебречь. Отметим также, что Солнце и Луна имеют почти одно и то же видимое положение в рассмотренном примере; мы выбрали момент полного солнечного затмения (см. § 70).

§ 37. Гелиографические координаты

Гелиографические координаты позволяют определить положение точки (скажем, солнечного пятна) на поверхности Солнца. Как и в любой другой астрономической системе координат, широты отсчитываются от основной плоскости, а долготы — от определенной точки в этой плоскости. За основную плоскость принимается плоскость солнечного экватора, наклоненная под углом $I = 7^\circ 15'$ к эклиптике, а начало отсчета долгот — это положение, в котором находился восходящий узел солнечного экватора в полдень 1 января 1854 г. На солнечном диске отсутствуют по-

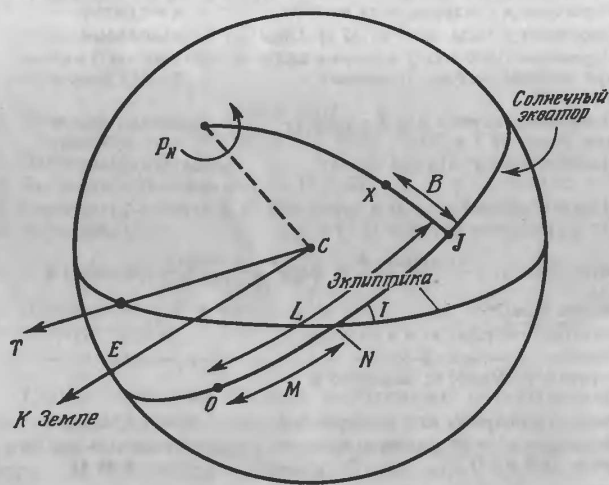


Рис. 15. Определение гелиографических координат

стоянные детали, которые позволили бы зафиксировать эту точку; поэтому мы будем вычислять ее положение, предполагая, что период вращения Солнца равен 25,38 сут.

На рис. 15 показана гелиографическая система координат. Сфера изображает поверхность Солнца, а большой круг ONJ — солнечный экватор. $P_N C$ — ось вращения Солнца, и любая точка экватора движется в направлении $O \rightarrow N$. Плоскость эклиптики пересекает поверхность Солнца по большому кругу TEN ; следовательно, точка N является восходящим узлом солнечного экватора на плоскости эклиптики. Воображаемые линии, проведенные из центра C к Земле и точке весеннего равноденствия, пересекают поверхность в точке E и T соответственно. O — это точка, которая в полдень 1 января 1854 г. находилась в N . Пятно в точке X имеет гелиографическую широту B (положительную на север от экватора и отрицательную на юг) и гелиоцентрическую долготу L , измеряемую вдоль экватора от O в том же направлении, что и вращение Солнца.

При наблюдениях Солнца (которые обязательно должны выполняться путем проектирования изображения на экран) мы видим плоский диск, центр которого совпадает

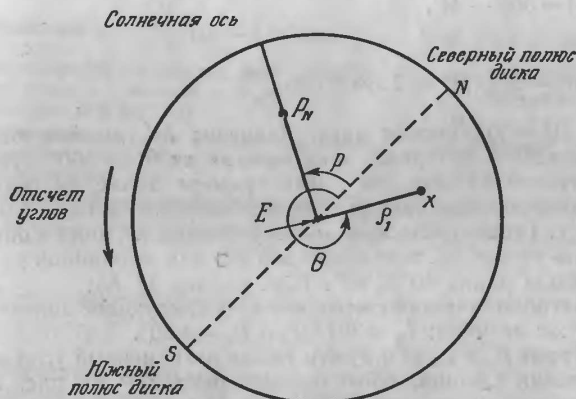


Рис. 16. Солнечный диск.

с точкой E . Это показано на рис. 16, где отмечены также P_N — северный полюс солнечной оси вращения и X — положение пятна. Пунктирная линия NS — это проекция оси вращения Земли на диск. Теперь координаты точки X можно определить координатами ρ_1 и θ . Задача состоит в том, чтобы перевести ρ_1 и θ в B и L .

Для ее решения нам необходимо прежде всего найти координаты B_0 и L_0 центра диска E . Соответствующие уравнения имеют вид

$$L_0 = \arctg \left[\frac{\sin(\Omega - \lambda_0) \cos I}{-\cos(\Omega - \lambda_0)} \right] + M,$$

$$B_0 = \arcsin [\sin(\Omega - \lambda_0) \sin I],$$

где λ_0 — геоцентрическая эклиптическая долгота Солнца, I — наклонение солнечного экватора к плоскости эклиптики ($I = 7^\circ 15'$), Ω — долгота восходящего узла (угол $\mathcal{W}$ на рис. 15), M — угол между O и N на рис. 15. Ω вычисляется по формуле

$$\Omega = 74^\circ 22' + 84'T,$$

где T — число юлианских столетий, прошедших с полудня 1 января 1900 г.; M дается формулой

$$M = 360 - M',$$

а

$$M' = \frac{360}{25,38} (JD - 2\,398\,220,0),$$

где JD — юлианская дата. Значение M' должно быть приведено в интервал, заключенный от 0 до 360° путем вычитания из него 360° . Для примера вычислим гелиографические координаты центра солнечного диска на 1 мая 1979 г. Геоцентрическую долготу Солнца λ_0 можно определить способом, описанным в § 42; для выбранной даты она была равна $40^\circ 02' 44''$. (См. пример 37 А).

Астрономический ежегодник дает следующие значения этих же величин: $L_0 = 301,09^\circ$ и $B_0 = 4,20^\circ$.

Кроме B_0 и L_0 нам нужен также позиционный угол оси вращения Солнца, обозначенный буквой P на рис. 16. Его можно вычислить следующим образом:

$$P = \theta_1 + \theta_2,$$

Пример 37А

Инструкция	Результат
1. Находим юлианскую дату (§ 4)	$JD = 2\,443\,994,50$
2. Вычитаем 2 415 020, делим на 36 525 и получаем T — число столетий, прошедших с полудня 1 января 1900 г.	$T = 0,793279$ века
3. Вычисляем $\Delta = 84T$. Результат делим на 60, чтобы перейти к градусам	$\Delta = 66,635400^\circ$ $= 1,110590^\circ$
4. Выражаем $74^\circ 22'$ в десятичных долях градуса (§ 21), прибавляем к Δ и получаем Ω	$\Omega = 75,477257^\circ$
5. Выражаем λ_0 в десятичных долях градуса (§ 21). (λ_0 можно вычислить методом, описанным в § 42.)	$\lambda_0 = 40,045556^\circ$
6. Вычисляем $y = \sin(\Omega - \lambda_0) \cos I$ ($I = 7,25^\circ$)	$\Omega - \lambda_0 = 35,431701^\circ$ $y = 0,575097$
7. Находим $x = -\cos(\Omega - \lambda_0)$	$x = -0,814807$
8. Находим $A' = \arctg(y/x)$. Необходимо устранить неопределенность, возникшую при использовании функции $\arctg$. Для этого воспользуемся рис. 10 и будем вычитать или добавлять 180 или 360° до тех пор, пока A не попадет в правильный квадрат. Если A сразу попадает в него, то $A = A'$	$A' = -35,214735^\circ$ $y > 0$ $x < 0$ $+ 180,0$ $A = 144,785265^\circ$
9. Вычисляем $M' = \frac{360}{25,38} (JD - 2\,398\,220)$	$M' = 649\,283,687\,9$
Вычитаем 360 столько раз, чтобы результат попал в диапазон от 0 до 360°	-360×1803 $= 203,687\,9^\circ$
10. Находим $M \equiv 360^\circ - M'$	$M = 156,312\,1^\circ$
11. Прибавляем M к A и получаем L_0 . Вычитаем 360° до тех пор, пока результат не станет меньше 360°	$L_0 = 301,097^\circ$
12. Вычисляем $B_0 = \arcsin[\sin(\Omega - \lambda_0) \sin I]$	$B_0 = 4,196^\circ$

где

$$\theta_1 = \arctg(-\cos \lambda_0 \operatorname{tg} \epsilon),$$

$$\theta_2 = \arctg[-\cos(\Omega - \lambda_0) \operatorname{tg} I],$$

а ϵ — наклон эклиптики (см. § 27).
Каково значение P 1 мая 1979 г.?

Пример 37Б

Инструкция	Результат
Выписываем значения величин λ_0, δ_0, I из предыдущего примера	$\lambda_0 = 40,045556^\circ$ $= 75,477257^\circ$ $I = 7,25^\circ$
1. Вычисляем $\theta_1 = \arctg(-\cos \lambda_0 \operatorname{tg} \varepsilon)$ (где $\varepsilon = 23,441^\circ$)	$\theta_1 = -18,363185^\circ$
2. Вычисляем $\theta_2 = \arctg[-\cos(\delta_0 - \lambda_0) \operatorname{tg} I]$	$\theta_2 = -5,917948^\circ$
3. Находим $P = \theta_1 + \theta_2$	$P = -24,281133^\circ$

Астрономический ежегодник дает $P = -24,28^\circ$.

Теперь наконец мы можем вычислить гелиографические координаты солнечного пятна X , позиционный угол которого θ (см. рис. 16), а угол, под которым виден из центра Земли отрезок XE , равен ρ_1 . Формулы таковы:

$$B = \arcsin [\sin B_0 \cos \rho + \cos B_0 \sin \rho \cos (P - \delta)],$$

$$L = \arcsin \left[\frac{\sin \rho \sin (P - \theta)}{\cos B} \right] + L_0,$$

где $\rho = \arcsin (\rho_1/S) - \rho_1$, S — угловой радиус Солнца. Найдем теперь гелиографические координаты солнечного пятна с позиционным углом $\theta = 220^\circ$, $\rho_1 = 10,5'$ 1 мая 1979 г. Угловой радиус Солнца равен $15'54''$.

Пример 37В

Инструкция	Результат
1. Вычисляем L_0, B_0 и P (см. предыдущие примеры)	$L_0 = 301,097^\circ$ $B_0 = 4,196^\circ$ $P = -24,281^\circ$
2. Находим $\arcsin(\rho_1/S)$ (не забудьте выразить в десятичных долях минуты дуги)	$S = 15,9'$ $\arcsin(\rho_1/S) = 41,328659^\circ$
3. Переводим ρ_1 в десятичные доли градуса (§ 21), вычитаем ρ_1 и получаем ρ	$\rho_1 = 0,175000^\circ$ $\rho = 41,153659^\circ$
4. Вычисляем $B = \arcsin[\sin B_0 \cos \rho + \cos B_0 \sin \rho \cos (P - \theta)]$	$(P - \theta) = -244,281^\circ$ $B = -13,280690^\circ$
5. Вычисляем $A = \arcsin \left[\frac{\sin \rho \sin (P - \theta)}{\cos B} \right]$	$A = 37,530005^\circ$
6. Прибавляем L_0 и находим L ; если L больше 360° , вычитаем 360°	$L = 338,627005^\circ$

§ 38. Номер оборота по Кэррингтону

Число оборотов Солнца отсчитывается при помощи так называемого номера оборота по Кэррингтону (CRN), первый из которых начался 9 ноября 1853 г. Один оборот — это период, в течение которого величина L_0 (см. § 37) изменяется на 360° ; его средняя длительность равна 27,2753 сут. Мы можем очень точно вычислить CRN, заметив в Астрономическом ежегоднике, что начало оборота 1690 приходится на эпоху 27,84 декабря 1979 г. Таким образом,

$$\text{CRN} = 1690 + \frac{\text{JD} - 2\,444\,235,34}{27,2753},$$

где JD — юлианская дата. Полученное значение нужно округлить до ближайшего целого числа. Для момента, когда номер оборота изменяется, формула может давать ошибку ± 1 .

Пример: чему равнялось CRN 27 января 1975 г.?

Пример 38

Инструкция	Результат
1. Вычисляем юлианскую дату (§ 4)	$\text{JD} = 2\,442\,439,50$
2. Находим $\text{CRN} = 1690 + \frac{\text{JD} - 2\,444\,235,34}{27,2753}$	$\text{CNR} = 1624$
и результат округляем до ближайшего целого числа	

§ 39. Атмосферное ослабление света

Свет от небесных тел, который доходит до поверхности Земли, должен пройти через атмосферу, где часть его рассеивается пылью, электронами, молекулами кислорода и азота и разными другими частицами. Величина рассеяния зависит от физических условий в атмосфере (она может возрасти, например, из-за увеличения количества пыли, создаваемого вулканическим извержением) и от длины волны света. Обычно более короткие световые волны (синяя часть спектра) рассеиваются значительно

сильнее более длинных (красная часть спектра); вследствие этого небо имеет голубой цвет (поскольку мы видим рассеянный свет), а видимый цвет звезд при наблюдении с поверхности Земли краснее, чем на самом деле. Если мы рассмотрим весь видимый диапазон длин волн в целом, то можно грубо оценить ожидаемую величину поглощения для чистой атмосферы по формуле

$$\Delta m = 0,2 / \cos z \text{ звездной величины,}$$

где Δm — поправка, которую следует добавить к звездной величине, а z — зенитное расстояние ($z = 90^\circ$ — высота). Например, планета, имеющая высоту 15° , может выглядеть слабее на 0,8 зв. вел. при хороших условиях и чистой атмосфере; в общем случае эта поправка будет больше. Формула перестает быть справедливой для зенитных расстояний, превышающих 85° .

Солнце

Ближайшей к Земле звездой является Солнце, наименьшее расстояние до которого (при наибольшем сближении Земли и Солнца) достигает примерно 146 млн. км. Доходящий до нас солнечный свет мы видим «постаревшим» на 8 мин — именно такое время свет затрачивает на преодоление расстояния, равного радиусу земной орбиты. И все же, несмотря на такое расстояние, Солнце настолько огромно, что на небе оно выглядит одним из наибольших светил, сравнимым по размерам лишь с Луной, которая по случайному совпадению имеет примерно такие же угловые размеры. И уж несомненно Солнце — наиболее яркий объект на небе. Оно является главным телом в Солнечной системе, управляющим движением планет и снабжающим Землю энергией, необходимой для существования на ней жизни. Хотя на основе практического опыта мы всегда представляем себе, где на небе должно находиться Солнце, часто бывает необходимо знать его положение более точно, как, например, в случае, если мы хотим предвычислить затмения или рассчитать ориентацию солнечных часов. Следующие несколько параграфов будут посвящены методам вычисления положения Солнца, расстояния его от Земли и его угловых размеров, времени восхода и захода Солнца, продолжительности сумерек, элонгаций других небесных тел относительно Солнца, а также уравнения времени, которое необходимо знать, если вы хотите сверить ваши часы по солнечным часам.

§ 40. Орбиты небесных тел

Как движение планет вокруг Солнца, так и движение спутников вокруг своих планет подчиняются действию

гравитации, т. е. силе взаимного притяжения масс. Одно из следствий, вытекающих из характера зависимости этой силы от расстояния, — это то, что орбиты планет имеют формы эллипсов (рис. 17) — геометрических фигур с хорошо известными математическими свойствами, позволяющими точно рассчитать движение планеты. Эллипс можно представить себе как сплюснутую окружность; по существу, окружность является частным случаем эллипса, в котором оба фокуса S и S' сблизились настолько, что слились в центре. Мерой сплюснутости служит *эксцентриситет* e : у круга $e=0$, а у сильно сплюснутого эллипса значение e приближается к 1. Большинство планетных орбит имеют эксцентриситет меньше 0,1 и потому мало отличаются от круговых. Это благоприятное для нас обстоятельство позволяет сравнительно простыми методами вычислять положения планет с достаточной точностью.

Для всех планетных орбит Солнце находится в одном из фокусов (S). На рис. 17 планета V движется вдоль эллипса в направлении, указанном стрелкой, причем расстояние от Солнца до планеты меняется от минимального в точке A до максимального в точке B . Эти точки называются соответственно *перигелием* и *афелием*. Прямая, соединяющая планету с Солнцем, называется *радиусом-вектором* r , а угол l между радиусом-вектором и фиксированным направлением в плоскости орбиты определяет положение планеты на орбите в некоторый момент времени. Размер эллипса задается *большой полуосью* a .

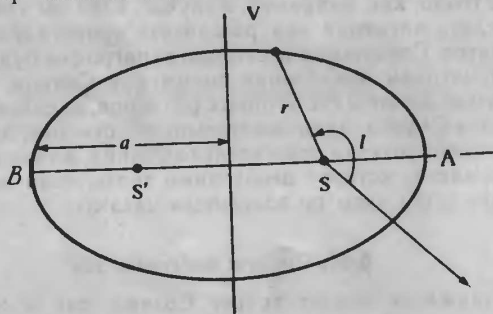


Рис. 17. Эллиптическая орбита.

§ 41. Видимая орбита Солнца

На протяжении года Земля движется по эллиптической орбите вокруг Солнца, совершая один полный оборот примерно за $365\frac{1}{4}$ сут. С точки зрения наблюдателя на Земле кажется, что Солнце движется по орбите вокруг Земли, и для вычисления положения Солнца удобно принять, что дело обстоит именно таким образом. Итак, с этого момента будем предполагать, что мы находимся в фокусе орбиты, а Солнце описывает вокруг нас эллипс. Когда Солнце ближе всего к Земле, будем говорить, что оно находится в *перигее*, а когда дальше всего — в *апогее*.

Поскольку плоскость, в которой лежит орбита Солнца — Земля, определяет плоскость эклиптики, вычислять видимое движение Солнца особенно легко — не надо заботиться об учете отклонений от эклиптики. Стоит только вычислить эклиптическую долготу, и положение Солнца уже определено, поскольку эклиптическая широта Солнца всегда равна нулю.

§ 42. Вычисление положения Солнца

Первое, что следует сделать, — это определить эпоху, относительно которой мы будем проводить наши расчеты. Выберем эпоху 1980 январь 0,0. Из Астрономического ежегодника находим, что средняя эклиптическая долгота Солнца в этот момент была $\epsilon_g = 278,833540^\circ$. Это положение, которое имело бы Солнце, если бы оно двигалось по круговой орбите, а не по эллиптической. Указанное значение ϵ_g примем за исходное. Чтобы определить, где находится Солнце в любой другой момент времени, надо просто прибавить к указанной величине число градусов, на которое оно сместилось за истекшее время, и принять во внимание эллиптичность орбиты. Для этого нам необходимо знать две другие постоянные: $\omega_g = 282,596403^\circ$ — долготу Солнца в перигее и $e = 0,016718$ — эксцентриситет орбиты Солнце—Земля.

Теперь вообразим, что Солнце движется вокруг Земли с постоянной скоростью не по эллипсу, который представляет истинный путь его движения, а по кругу. Легко можно вычислить угол M , на который переместилось такое во-

ображаемое *среднее Солнце* с момента прохождения через перигей:

$$M = \frac{360}{365,2422} d \text{ градусов,}$$

где d — число суток после прохождения перигея. Здесь учтено, что в течение тропического года Солнце описывает на небесной сфере путь в 360° . Величина M называется *средней аномалией*. Однако мы договорились производить отсчет не от момента прохождения через перигей, а пользоваться эпохой 1980,0. Тогда, если D — число суток, прошедших с этой эпохи, величина M дается выражением (рис. 18)

$$M = \frac{360}{365,2422} D + \varepsilon_g - \omega_g,$$

где ε_g и ω_g — соответственно средняя долгота Солнца в начальную эпоху и в момент прохождения через перигей (численные значения приведены в табл. 6).

Величина M определяет движение среднего Солнца по круговой орбите. Фактически же нас интересует *истинная аномалия* v , которая связана с реальным движением Солнца по эллипсу. Ее можно найти из уравнения центра,

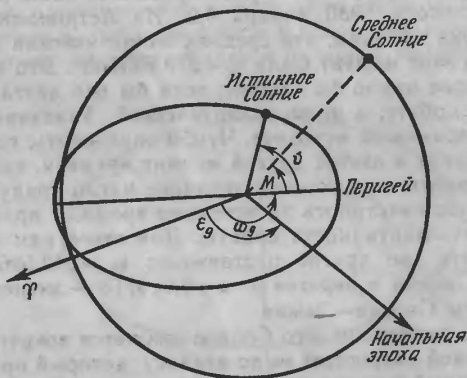


Рис. 18. Определение положения

Таблица 6

Параметры видимой орбиты Солнца

ε_g (эклиптическая долгота в эпоху 1980,0)	= 278,833540°
ω_g (эклиптическая долгота в перигее)	= 282,596403°
e (эксцентриситет орбиты)	= 0,016718
r_0 (большая полуось)	= 1,495985 10^8 км
θ_0 (угловой диаметр при $r = r_0$)	= 0,533128°

которое (с достаточной для наших целей точностью, см рис. 25) записывается в виде

$$v = M + \frac{360}{\pi} e \cdot \sin M,$$

где v и M выражены в градусах, $\pi = 3,1415927$. Зная v , мы получаем долготу Солнца $\lambda_\odot$, просто прибавляя к этой величине ω_g (рис. 18). Таким образом,

$$\lambda_\odot = v + \omega_g$$

или

$$\lambda_\odot = \frac{360}{365,2422} D + \frac{360}{\pi} e \cdot \sin \left[\frac{360}{365,2422} D + \varepsilon_g - \omega_g \right] + \varepsilon_g.$$

Вычислив $\lambda_\odot$, можно воспользоваться методом, приведенным в § 27, для определения прямого восхождения и склонения (помня, что эклиптическая широта равна нулю)

Для уяснения всего сказанного разберем пример: каково было прямое восхождение α и склонение δ Солнца 27 июля 1980 г.? (См. пример 42 на стр. 82.)

Астрономический ежегодник дает $\alpha = 8 \text{ ч } 25 \text{ мин } 44 \text{ с}$ и $\delta = 19^\circ 13' 46''$, так что наш результат достаточно точен. Вообще следует сказать, что с помощью только что приведенного способа можно вычислить α с точностью ~ 10 с и δ с точностью несколько минут дуги. Ошибки возникают из-за того, что мы используем только первый член в уравнении центра, не учитываем различные виды малых возмущений, создаваемых другими планетами Солнечной системы, а также потому, что мы не вводим различные поправки, скажем, за параллакс, рефракцию, прецессию и т. п. В рассмотренном примере различные поправки в прямом восхождении, по-видимому, взаимно компенсировали

Пример 42

Инструкция	Результат
1. Определим число суток, истекших с начала данного года, т. е. от момента января 0,0 (см. § 3)	27 июля = 182 + 27 = 209
2. Добавим 365 сут за каждый год, прошедший с 1980 г., плюс 1 дополнительный день за каждый прошедший високосный год (табл. 2). Результат обозначим через D	+ 0 Следовательно, $D = 209$ сут
3. Вычислим $N = \frac{360}{365,2422} D$; здесь вычтем (или прибавим) несколько раз 360, так чтобы N лежало в диапазоне 0—360°	$N = 206,000292^\circ$
4. Найдем $M = N + \epsilon_g - \omega_g$ (табл. 6). Если результат отрицательный, прибавим 360°	$M = 202,237429^\circ$
5. Найдем $E_c = \frac{360}{\pi} e \cdot \sin M$ ($\pi = 3,1415927...$, а e дано в табл. 6)	$E_c = -0,725004^\circ$
6. Найдем $\lambda_o = N + E_c + \epsilon_g$. Если результат больше 360, вычтем 360°. Получаем геоцентрическую эклиптическую долготу Солнца	$(v = M + E_c)$ $\lambda_o = 124,108828^\circ$
7. Теперь, вспомнив, что $\beta_o = 0$, перейдем к прямому восхождению и склонению (см. § 27)	$\alpha_o = 8 \text{ ч } 25 \text{ мин } 44 \text{ с}$ $\delta_o = 19^\circ 13' 53''$

друг друга, вследствие чего мы получили результат, совпадающий со значением, приведенным в Астрономическом ежегоднике.

§ 43. Более точное вычисление положения

В этом параграфе мы познакомимся с тем, как найти истинную аномалию v несколько более точным методом*. В большинстве случаев бывает достаточно точность, которую дает более простой метод, приведенный в § 42, однако, если у вас есть хороший программируемый микро-

* Ошибка, возникающая при использовании только первого члена в уравнении центра, проиллюстрирована на рис. 25 (§ 52).

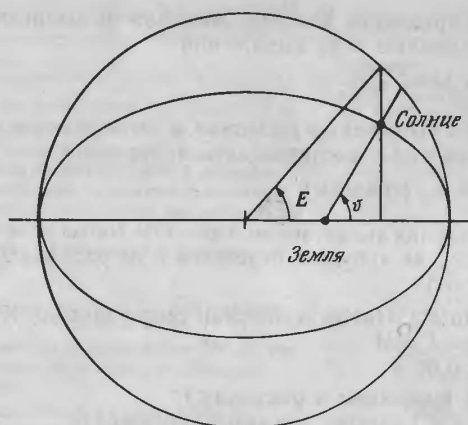


Рис. 19. Истинная аномалия и эксцентрическая аномалия.

калькулятор или если вам доступна вычислительная машина, этот параграф может оказаться для вас полезным.

Как и раньше, найдем среднюю аномалию M при помощи соотношения

$$M = \frac{360}{365,2422} D + \epsilon_g - \omega_g,$$

где M , ϵ_g и ω_g выражены в градусах. Затем найдем эксцентрическую аномалию E , определение которой очевидно из рис. 19. Значение E вычисляется из уравнения Кеплера, названного так в честь знаменитого астронома Иоганна Кеплера, посвятившего свою жизнь изучению движения планет:

$$E - e \sin E = M;$$

на этот раз E и M выражены в радианной мере. К сожалению, это уравнение решается нелегко, однако метод итераций позволяет найти решение численным методом. Такой метод использован в программе R2. Он пригоден для всех значений e , меньших 0,1 (в случае больших значений e см. § 57).

Решив уравнение Кеплера, мы сможем вычислить истинную аномалию v из выражения

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{1/2} \operatorname{tg} \frac{E}{2},$$

где все углы выражены в радианах, а затем, как и в предыдущем параграфе, воспользоваться формулой

$$\lambda_0 = v + \omega_g \text{ (градусы)}$$

для определения эклиптической долготы (прежде чем складывать с ω_g , не забудьте перевести v из радианной меры в градусную).

Программа R2. Нахождение решения уравнения Кеплера

$$E - e \sin E = M$$

при $e \leq 0,01$

(Все углы выражены в радианах.)

1. Принять в качестве первого приближения

$$E = E_0 = M$$

2. Найти значение

$$\delta = E - e \sin E - M$$

3. Если $|\delta| \leq \epsilon$, перейти к шагу (6). Если $|\delta| > \epsilon$, перейти к следующему шагу (4). Здесь ϵ — требуемая точность ($\epsilon = 10^{-6}$ рад).

4. Найти

$$\Delta E = \frac{\delta}{1 - e \cos E}.$$

5. Вычислить следующее приближение:

$$E_1 = E - \Delta E.$$

Перейти к шагу (2).

6. Полученное на этом шаге значение E представляет собой решение, отличающееся от точного решения на величину, не превышающую ϵ .

Решим с помощью описанного метода очередную задачу, которую можно сформулировать следующим образом: каково было прямое восхождение и склонение Солнца 27 июля 1978 г.?

Пример 43

Инструкция	Результат
1. Найдем число суток, прошедших с начала данного года (см. § 3)	27 июля = 208 сут
2. Прибавим 365 сут за каждый год, прошедший с 1980 г., плюс 1 дополнительный день за каждый високосный год. (В данном случае мы производим вычитание, так как 1978 г. был раньше 1980 г.) Результат обозначим через D	— 365 (1979) — 365 (1978) $D = -522$ дня
3. Вычислим $N = \frac{360}{365,2422} D$. Прибавим или вычтем несколько раз 360 до тех пор, пока N не будет в диапазоне $0-360^\circ$	$N = -514,507907^\circ$ $= 205,492093^\circ$
4. Найдем $M = N + \epsilon_g - \omega_g$ (табл. 6). Если результат отрицательный, прибавим 360°	$M = 201,729230^\circ$
5. Переведем значение M в радианную меру путем умножения на $\pi/180$ ($\pi = 3,1415927\dots$)	$M = 3,520839$ рад
6. Воспользуемся программой R2 и найдем E	$E = 3,514745$ рад
7. Вычислим $\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{1/2} \operatorname{tg} \frac{E}{2}$ (напомним, что E и v выражены в радианах)	$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = -5,386726$
8. Взяв arctg от полученного выражения, определим $v/2$ (в радианах)	$v/2 = -1,387244$ рад
9. Умножим на 2 и переведем в градусную меру умножением на $180/\pi$	$v = -158,966491^\circ$
10. Найдем $\lambda_0 = v + \omega_g$. Если в результате получится число, большее 360, вычтем 360. Если получится отрицательное число, прибавим 360. Получаем эклиптическую долготу Солнца	$\lambda_0 = 123,629912^\circ$
11. Перейти от λ_0 к прямому восхождению и склонению (см. § 27), помня, что $\beta_0 = 0$	$\alpha_0 = 8 \text{ ч } 23 \text{ мин } 46 \text{ с}$ $\delta_0 = 19^\circ 20' 38''$

Астрономический ежегодник дает $\alpha = 8 \text{ ч } 23 \text{ мин } 44 \text{ с}$ и $\delta = 19^\circ 20' 38''$.

§ 44. Вычисление расстояния до Солнца и угловых размеров Солнца

Определив истинную аномалию v методом, изложенным в § 42 или § 43, можно легко вычислить расстояние от Земли до Солнца r и угловые размеры Солнца (т. е. его диаметр) θ . Соответствующие формулы имеют следующий вид:

$$r = \frac{r_0(1-e^2)}{1+e \cos v},$$

$$\theta = \theta_0 \frac{1+e \cos v}{1-e^2},$$

где r_0 — большая полуось, θ_0 — угловой диаметр Солнца при $r=r_0$, а e — эксцентриситет орбиты. Эти постоянные приведены в табл. 6. Возвращаясь к примеру, разобранному в § 42, найдем r и θ для Солнца 27 июля 1980 г.

Пример 44

Инструкция	Результат
1. Найдем истинную аномалию v (§ 42 или 43)	$v = 201,512425^\circ$
2. Вычислим $f = \frac{1+e \cos v}{1-e^2}$ (e берется из табл. 6)	$f = 0,984722$
3. Теперь найдем $r = r_0 f$ (r_0 берется из табл. 6)	$r = 1,519196 \cdot 10^8$ км
4. Найдем также $\theta = f \theta_0$ (θ_0 берется из табл. 6)	$\theta = 0,524957^\circ$
5. Переведем θ в минуты и секунды (§ 21)	$\theta = 0^\circ 31' 30''$

Астрономический ежегодник дает $\theta = 0^\circ 31' 33''$. Вообще говоря, отклонение от точного значения для такого расчета и должно быть в пределах нескольких секунд. Интересно отметить следующее. Солнечный свет доходит до нас за промежуток времени r/c , где $c = 3 \cdot 10^5$ км/с. В данном случае время распространения света составляет 506 с и Солнце за это время перемещается приблизительно на $21''$. Строго говоря, чтобы получить видимое положение Солнца, следовало бы вычесть эту величину из вычисленного значения долготы.

§ 45. Восход и заход Солнца

В § 32 мы пояснили, как рассчитать момент восхода и захода какого-либо небесного объекта, экваториальные коор-

динаты которого известны. Мы вычислили прямое восхождение и склонение Солнца (§ 42 и 43) и теперь можем применить тот же способ для определения моментов восхода и захода Солнца. Однако задача усложняется тем, что Солнце все время перемещается вдоль эклиптики, и, следовательно, его экваториальные координаты меняются. Те значения α и δ , которые мы рассчитали, верны только для заданного момента времени. (В примере 42 это был момент полуночи между 26 и 27 июля. К моменту восхода следующим утром Солнце сместилось примерно на четверть градуса от положения, которое оно занимало в полночь, а к моменту захода — примерно на $3/4$ градуса.) Если не требуется высокая точность, то в расчетах можно пренебречь движением Солнца и считать, что в моменты восхода и захода координаты Солнца имеют те же самые значения, что и в полночь. В этом случае расхождения с точным значением могут достигать нескольких минут.

Однако результат будет вернее, если мы вычислим координаты Солнца в полночь, предшествующую восходу, и в полночь, наступающую после захода, а затем проведем интерполирование между ними (аналогичным образом мы сделаем расчет для Луны в § 66). Соответствующая формула имеет вид

$$T = \frac{24,07 - ST1}{24,07 + ST1 - ST2} \text{ (часов)},$$

где T — истинное звездное время захода или восхода, $ST1$ — звездное время восхода или захода, вычисленное по α_1 и δ_1 , соответствующим предшествующей полуночи, а $ST2$ — звездное время восхода или захода, вычисленное по α_2 и δ_2 , соответствующим последующей полуночи. На самом деле нет необходимости дважды проводить все вычисления § 42 и 43, чтобы найти два набора координат. Достаточно рассчитать α_1 и δ_1 для предшествующей полуночи, а затем учесть, что за 24 ч эклиптическая долгота Солнца увеличивается на $0,985647^\circ$. Эта величина прибавляется к $\lambda_\odot$, и таким путем находятся α_2 и δ_2 .

Дальнейшие уточнения заключаются в учете рефракции, обусловленной наличием земной атмосферы (см. § 34) и геоцентрического параллакса (см. § 35). Не следует также забывать, что солнечный диск имеет конечные размеры: когда говорят о моменте восхода и захода, обычно

имеют в виду восход и заход верхнего края диска Солнца.

Для примера вычислим моменты восхода из-за горизонта и захода за горизонт (верхнего края) Солнца на уровне моря 7 сентября 1979 г. при наблюдении из пункта с долготой 0° и северной широтой 52° . Примем диаметр Солнца равным $0,533^\circ$, его горизонтальный параллакс $8,79''$, поправка за рефракцию в земной атмосфере составляет $34'$.

Пример 45

Инструкция	Результат
1. Вычисляем координаты центра солнечного диска согласно § 42 или § 43	$\lambda_0 = 163,778867^\circ$ $\alpha_1 = 11,003687^\circ$ $\delta_1 = 6,380389^\circ$
2. Прибавим к λ_0 $0,985647$, и по измененному значению λ_0 снова вычислим α и δ (§ 27)	$\lambda_2 = 164,764514^\circ$ $\alpha_2 = 11,064683^\circ$ $\delta_2 = 6,000751^\circ$
3. Используя полученные координаты, вычислим местное звездное время восхода и захода (§ 32)	$ST1_r = 4,455106$ ч $ST1_s = 17,552268$ ч $ST2_r = 4,549199$ ч $ST2_s = 17,580167$ ч
4. Для пары значений моментов восходов и заходов применим формулу $T = \frac{24,07 \cdot ST1}{24,07 + ST1 - ST2}$	$T_r = 4,472590$ ч $T_s = 17,572636$ ч
5. Вычислим поправку Δt за параллакс, рефракцию и конечный диаметр Солнца (§ 32), приняв для склонения значение, среднее из δ_1 и δ_2 ($= \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$)	$\delta' = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = 6,190570^\circ$ $\psi = 37,567754^\circ$ $x = \frac{0,533^\circ}{2} + 8,79'' + 34'$ $= 0,835608$ $y = 1,370608$ $\Delta t = 330,88$ с
6. Переведем Δt в часы, разделив на 3600. Полученное значение прибавим к T_s и вычтем его из T_r	$\Delta t = 0,091910$ ч $T_r = 4,380680$ ч $T_s = 17,664546$ ч
7. Переведем T_r и T_s в GMT (§ 13). (Заметим, что в данном случае долгота равна 0° , так что местное звездное время представляет собой гринвичское звездное время.)	GMT _r = 5 ч 20 мин GMT _s = 18 ч 35 мин

§ 46. Сумерки

В любом случае, когда Солнце оказывается погруженным под горизонт не ниже 18° (либо перед восходом, либо после захода), освещение на Земле создается светом, рассеянным в ее верхней атмосфере. Интенсивность рассеянного света резко падает по мере того, как Солнце все ниже погружается под горизонт, и становится практически незаметной к моменту, когда зенитное расстояние Солнца достигает 108° , т. е. Солнце опускается на 18° под горизонт. Период времени после захода или перед восходом, в течение которого зенитное расстояние Солнца не превышает 108° , называется *астрономическими сумерками*.

Момент времени, когда начинаются утренние сумерки или кончаются вечерние сумерки, вычислить довольно просто. Сначала найдем часовой угол Солнца H в момент восхода или захода по формуле

$$\cos H = -\operatorname{tg} \phi \cdot \operatorname{tg} \delta,$$

где ϕ — географическая широта, а δ — склонение Солнца. Затем вычислим часовой угол Солнца H' в момент, когда его зенитное расстояние равно 108° :

$$\cos H' = \frac{\cos 108^\circ - \sin \phi \cdot \sin \delta}{\cos \phi \cdot \cos \delta}.$$

Тогда продолжительность сумерек в часах равна

$$t = (H' - H) / 15 \text{ ч.}$$

На протяжении года склонение Солнца меняется от $-23,5^\circ$ до $+23,5^\circ$. Следовательно, для жителей широт севернее $+48,5^\circ$ и южнее $-48,5^\circ$ в летний период сумерки продолжаются всю ночь. Например, на северной широте 60° сумерки длятся всю ночь в период с 23 апреля по 22 августа. В таком случае значение $\cos H'$ лежит вне интервала допустимых значений ($-1, +1$), и ваш микрокалькулятор выдаст ошибку, если вы попытаетесь взять $\arccos H'$. Для примера вычислим начало утренних сумерек и конец вечерних сумерек 7 сентября 1979 г. для наблюдателя, находящегося на северной широте 52° (см. пример 46 на след. стр.).

Астрономический ежегодник дает для определяемых нами величин значения 3 ч 17 мин и 20 ч 37 мин с учетом изменения координат Солнца в течение дня, а также с учетом рефракции и параллакса.

Пример 46

Инструкция	Результат
1. Вычислим склонение Солнца; поскольку мы не стремимся к большой точности в этих расчетах, вполне подойдет значение склонения для полуночи (§ 42 или § 43)	$\delta_0 = 6,380389^\circ$
2. Найдем часовой угол Солнца при заходе по формуле $H = \arccos(-\operatorname{tg}\phi \cdot \operatorname{tg}\delta)$	$H = 98,228710^\circ$
3. Найдем часовой угол Солнца при $z = 108^\circ$ по формуле $H' = \arccos \frac{\cos 108^\circ - \sin\phi \cdot \sin\delta}{\cos\phi \cos\delta}$	$H' = 130,404520^\circ$
4. Вычислим $t = (H' - H)/15$ ч	$t = 2,145054$ ч (ST)
5. Переведем t в интервал времени GMT путем умножения на 0,9973	$t' = 2,139262$ ч (GMT)
6. Определим моменты восхода и захода (§ 45), вычтем или прибавим значение t' . Получаем время начала утренних или конца вечерних сумерек	$\text{GMT}_r = 5,333$ ч $\text{GMT}_s = 18,583$ ч Утренние сумерки начинаются в 3 ч 12 м GMT. Вечерние сумерки кончаются в 20 ч 43 мин GMT

§ 47. Уравнение времени

Видимое движение Солнца вдоль эклиптики не является равномерным. На первый взгляд это кажется довольно удивительным, поскольку мы привыкли считать Солнце как бы хронометром, по которому мы можем ставить свои часы. На самом деле это никудашный хронометр, если для сравнения в качестве стандарта взять современные кварцевые часы. Неточность его хода может достигать 16 мин по сравнению с часами, строго равномерно отсчитывающими время. Неравномерность движения Солнца обусловлена двумя причинами:

а) Земная орбита не круговая, а эллиптическая. В результате скорость Земли меняется на протяжении года, достигая максимума в перигелии и минимума в афелии.

С точки зрения наблюдателя, находящегося на Земле, скорость движения Солнца по его воображаемой орбите меняется от минимальной в апогее до максимальной в перигее.

б) Направление земной оси составляет конечный угол с перпендикуляром к плоскости эклиптики. Этот угол совпадает с наклоном эклиптики $\varepsilon = 23^\circ 26'$ (§ 27). Земля ведет себя как гигантский гироскоп, направление оси вращения которого остается неизменным в пространстве. Это приводит к тому, что высота Солнца в полдень меняется в течение года от максимальной в день летнего солнцестояния до минимальной в день зимнего солнцестояния. Это изменение высоты Солнца оказывает определенное влияние на момент прохождения Солнца через меридиан.

Чтобы учесть явные отклонения Солнца от идеального хронометра, вообразим фиктивное Солнце, называемое *средним Солнцем*, которое движется вдоль экватора и притом равномерно. Полдень определяется как момент пересечения средним Солнцем меридиана, а два последовательных прохождения среднего Солнца через меридиан определяют продолжительность суток. Время, измеряемое на Гринвичском меридиане по среднему Солнцу, называется *средним гринвичским временем*. Привязка среднего Солнца к истинному осуществляется условием совпадения их положений каждый год в один и тот же момент. Разность между истинным солнечным временем и средним солнечным временем называется *уравнением времени*; следовательно,

$$E = \text{RST} - \text{MST},$$

где E — уравнение времени, MST — среднее солнечное время, а RST — истинное солнечное время. График уравнения времени приведен на рис. 20.

Уравнение времени на выбранный день вычисляется довольно просто. Сначала надо найти прямое восхождение Солнца в полдень, а затем, вспомнив, что прямое восхождение равно звездному времени в момент прохождения через меридиан, перейти к GMT. В результате получается момент GMT прохождения истинного Солнца через меридиан. Вычтя найденное значение из 12 ч 00 мин —

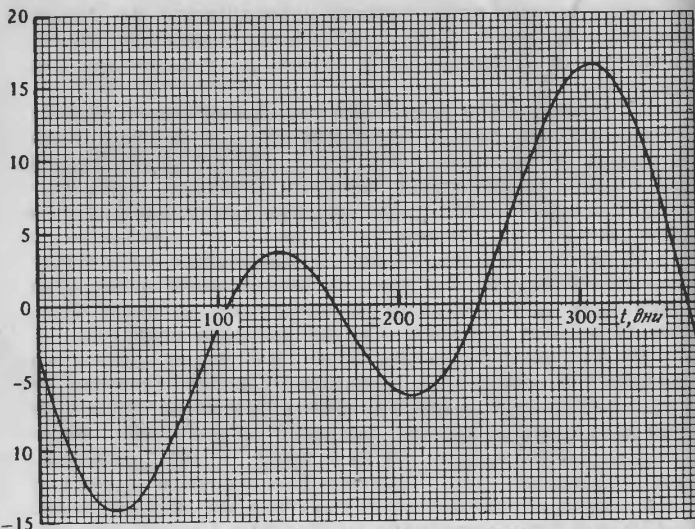


Рис. 20. Уравнение времени.

момента прохождения среднего Солнца через меридиан по GMT, — получаем уравнение времени.

Определим, например, каково было уравнение времени 27 июля 1980 г. (Не забудьте, что полдень соответствует моменту июль 27,5.)

Пример 47

Инструкция	Результат
1. Вычислим прямое восхождение Солнца (§ 42) в часах и десятичных долях часа	$D = 209,5$ дня $\alpha = 8,461737$ ч
2. Считая полученную величину гринвичским звездным временем, перейдем к GMT (§ 13)	GMT = 12,106709 ч
3. Вычтем найденное значение из 12,0 и перейдем к часам, минутам и секундам (§ 8). Получаем уравнение времени	$E = -6$ мин 24 с

Если у вас имеются солнечные часы, для перехода от их отсчета к среднему времени вам надо использовать уравнение времени.

§ 48. Элонгация относительно Солнца

Элонгацией планеты (или другого небесного светила) относительно Солнца называется угол между направлением от Земли на Солнце и направлением от Земли на планету. Довольно часто возникает необходимость определения значения этого угла, который показывает, насколько близко к Солнцу нам придется наблюдать планету и, следовательно, будет ли она вообще видна. Формула для элонгации ϵ имеет вид

$$\epsilon = \arccos [\sin \delta_p \cdot \sin \delta_\odot + \cos (\alpha_p - \alpha_\odot) \cdot \cos \delta_\odot \cdot \cos \delta_p]$$

градусов,

где $\alpha_\odot$ и $\delta_\odot$ — прямое восхождение и склонение Солнца, а α_p и δ_p — прямое восхождение и склонение планеты. Экваториальные координаты Меркурия 27 июля 1980 г.: $\alpha_p = 7$ ч 8 мин 18 с, $\delta_p = 19^\circ 21' 50''$. Какова была его элонгация относительно Солнца?

Пример 48

Инструкция	Результат
1. Вычислим $\alpha_\odot$ и $\delta_\odot$ (§ 42 или § 43), оставив результат в градусах и десятичных долях градуса	$\alpha_\odot = 126,433333^\circ$ $\delta_\odot = 19,231389^\circ$
2. Переведем α_p и δ_p в десятичную форму (§ 7 и § 21)	$\delta_p = 19,363889^\circ$ $\alpha_p = 7,138333$ ч
3. Переведем α_p в градусы путем умножения на 15 (§ 22)	$\alpha_p = 107,074995^\circ$
4. Найдем $\epsilon = \arccos [\sin \delta_p \cdot \sin \delta_\odot + \cos (\alpha_p - \alpha_\odot) \times \cos \delta_p \cdot \cos \delta_\odot]$	$\epsilon = 18,26^\circ$

Планеты, кометы и двойные звезды

Наблюдая ночное небо с поверхности Земли, вы видите неизменный рисунок звезд, медленно поворачивающийся относительно полюса, по мере того как Земля поворачивается вокруг своей оси. Расстояния до звезд столь велики, что изменение положения Земли, когда она движется вокруг Солнца по своей орбите, практически не вызывает никаких изменений в этом рисунке даже за 6-месячный период. Однако на небе имеются объекты, которые заметно смещаются на фоне неподвижных звезд. Это члены нашей Солнечной системы — планеты, астероиды и кометы. Известно девять больших планет. В порядке возрастания расстояния от Солнца это Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун и Плутон. На большие планеты, как и на другие члены Солнечной системы, воздействует поле тяготения Солнца, и все они, вместо того чтобы разлетаться в различных направлениях, обращаются вокруг него по эллиптическим орбитам. Их видимое движение на небе достаточно сложно, поскольку эти тела сравнительно близки к нам, ввиду чего и нужно учитывать положение Земли на ее собственной орбите. Нижеследующие разделы содержат описание методов вычисления положений, угловых размеров, расстояний, фаз и яркости больших планет. В эту главу также включены разделы, посвященные вычислению положений комет и двойных звезд.

§ 49. Орбиты планет

Каждая планета Солнечной системы описывает эллиптическую орбиту относительно Солнца, которое находится в фокусе эллипса (рис. 21). В § 40—43 мы познакомились,

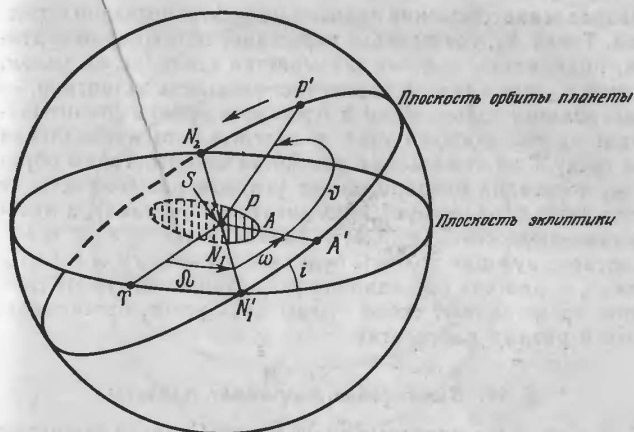


Рис. 21 Орбита планеты.

детально с солнечно-земной орбитой. Это был чрезвычайно простой случай, поскольку плоскость земной орбиты совпадает с плоскостью эклиптики. Таким образом, эклиптическая широта всегда равна нулю и направление на точку весеннего равноденствия лежит в орбитальной плоскости. Однако другие планеты движутся не в плоскости эклиптики: плоскости их орбит наклонены к плоскости эклиптики на небольшие углы. Это показано на рис. 21

Солнце S расположено в центре рисунка. Вообразите, что вы наблюдаете движение планеты вокруг Солнца с большого расстояния. Орбита планеты — маленький заштрихованный эллипс N_1AP ; A — перигелий, а P отмечает мгновенное положение планеты. Часть орбиты, лежащая над плоскостью эклиптики, показана сплошной линией, под ней — пунктиром. Плоскость орбиты планеты проектируется на сферу очень большого радиуса с центром в Солнце и пересекает эту сферу по большому кругу $N_1A'P'N_2$. A' — проекция A , P' — проекция P и т. д. На рисунке показана также плоскость эклиптики $\gamma N_1'N_2'$, содержащая направление на точку весеннего равноденствия T .

Направление движения планеты по орбите показано стрелкой. Точка N_1 , где планета пересекает плоскость эклиптики, поднимаясь над ней, называется *восходящим узлом*. Точка N_2 , где планета уходит под плоскость эклиптики, — *нисходящим узлом*. Углы в плоскости орбиты отсчитываются от восходящего узла, а долготы — от направления на точку T , не лежащего в плоскости орбиты. Таким образом, перигелий расположен на угловом расстоянии ω от узла (этот угол именуется *аргументом перигелия*), а мгновенное положение планеты определяется углом $\omega + v$. Соответствующие долготы будут равны $\omega + \varpi$ и $\omega + v + \varpi$, где ϖ — долгота восходящего узла. Заметьте, что эти долготы представляют собой суммы двух углов, отсчитываемых в разных плоскостях.

§ 50. Вычисление координат планеты

Наш расчет мы проведем в три этапа. Сначала вычислим положение планеты в плоскости ее собственной орбиты точно так же, как мы это делали для солнечно-земной орбиты в § 42. На втором этапе перейдем к нахождению положения планеты относительно плоскости эклиптики и определим эклиптические долготу и широту относительно Солнца (эклиптические гелиоцентрические координаты). Третий этап будет включать перенос начала координат от Солнца к Земле, чтобы определить эклиптические координаты относительно Земли, по которым мы можем найти прямое восхождение и склонение, как описано в § 27.

Как и прежде, за начальный момент (эпоху) выберем 1980,0. Вычислив число суток D , прошедших с этого момента, найдем среднюю аномалию M по формуле

$$M = \frac{360}{365,2422} \times \frac{D}{T_p} + \varepsilon - \omega \text{ градусов,}$$

где T_p — период обращения планеты по орбите в тропических годах, ε — средняя долгота планеты в эпоху, ω — долгота перигелия. Для планет Солнечной системы эти постоянные приведены в табл. 7. Средняя аномалия характеризует движение воображаемой планеты P_1 , движущейся по круговой орбите с постоянной скоростью и с тем же периодом, что и реальная планета (рис. 22). По

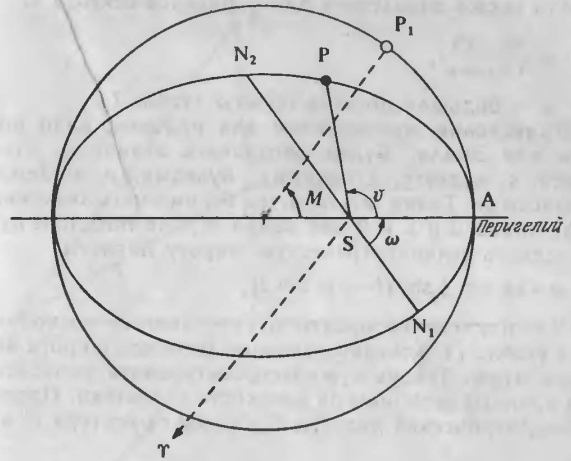


Рис. 22. Средняя и истинная аномалии.

существу, мы хотим знать значение истинной аномалии v , т. е. угла между прямыми Солнце–перигелий и Солнце — реальная планета. Мы можем определить v по M , используя уравнение центра:

$$v = M + \frac{360}{\pi} e \sin M \text{ градусов,}$$

где e — эксцентриситет орбиты (табл. 7) и $\pi = 3,1415927$. Это опять-таки приближенная формула, точность которой вполне удовлетворительна в большинстве случаев. Если требуются более точные расчеты, значения v следует найти путем решения уравнения Кеплера, например способом, описанным в § 43.

Следующий шаг состоит в вычислении гелиоцентрической долготы l :

$$l = v + \omega, \text{ или}$$

$$l = \left(\frac{360}{365,2422} \times \frac{D}{T_p} \right) + \frac{360}{\pi} e \sin \left(\frac{360}{365,2422} \times \frac{D}{T_p} + \varepsilon - \omega \right) \text{ градусов.}$$

Нужно также определить длину радиуса-вектора r :

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v},$$

где a — большая полуось орбиты (табл. 7).

Вычисления, сделанные для планеты, надо повторить для Земли. Будем обозначать величины, относящиеся к планете, строчными буквами, а к Земле — прописными. Таким образом, мы будем иметь значения l и r для планеты и L и R для Земли. Кроме того, нам нужно определить гелиоцентрическую широту планеты

$$\psi = \arcsin [\sin(l - \Omega) \sin i],$$

где i — наклонение орбиты и Ω — долгота восходящего узла (табл. 7). Конечно, гелиоцентрическая широта Земли равна нулю. Теперь нужно спроектировать вычисленные для планеты величины на плоскость эклиптики. Проекция гелиоцентрической долготы l' и радиуса-вектора r' будут

$$l' = \arctg [\tg(l - \Omega) \cos i] + \Omega$$

$$r' = r \cos \psi.$$

Последний шаг состоит в переходе к Земле как началу координат и определению геоцентрических эклиптических широты β и долготы λ планеты. На рис. 23, а показана ситуация для планеты, орбита которой лежит вне орбиты Земли, а на рис. 23, б — для внутренней планеты (т. е. для Меркурия и Венеры). Плоскость страницы книги представляет плоскость эклиптики; S — Солнце, E — Земля, P_1 — положение планеты, спроецированное на эклиптику. Точка весеннего равноденствия расположена на столь большом расстоянии от Солнечной системы, что направления ES и ES' параллельны. Пользуясь простыми геометрическими соображениями, получаем для внешних планет

$$\lambda = \arctg \left[\frac{R \sin(l' - L)}{r' - R \cos(l' - L)} \right] + l' \text{ градусов;}$$

а для внутренних —

$$\lambda = 180 + L + \arctg \left[\frac{r' \sin(L - l')}{R - r' \cos(L - l')} \right] \text{ градусов.}$$

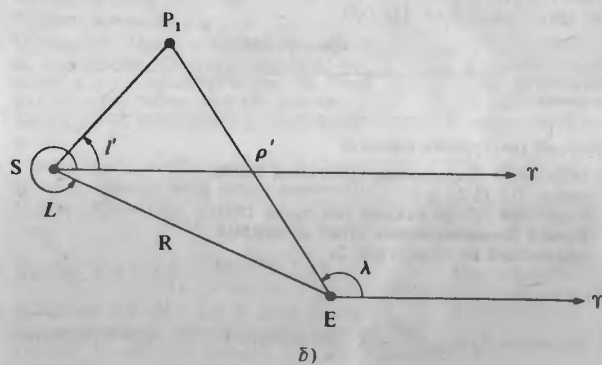
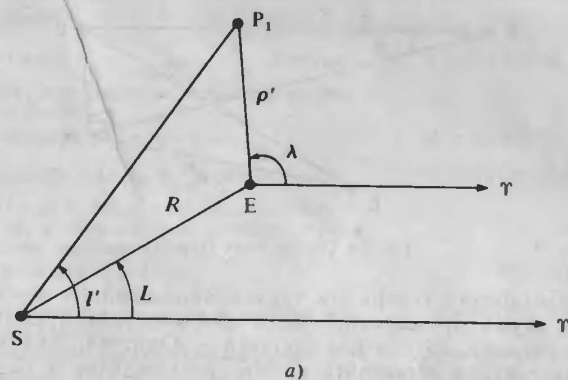


Рис. 23. Геометрия относительно плоскости эклиптики. а — внешняя планета; б — внутренняя планета.

Рис. 24 иллюстрирует определение широты. Из простых геометрических соображений имеем

$$\beta = \arctg \left[\frac{r' \tg \psi \sin(\lambda - l')}{R \sin(l' - L)} \right] \text{ градусов.}$$

Это выражение справедливо и для внешних, и для внутренних планет.

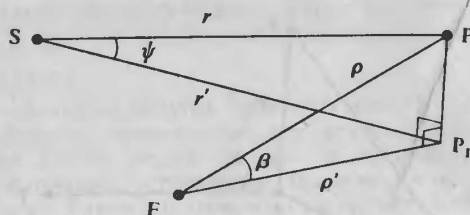


Рис. 24. Определение широты.

Подкрепим теперь эти чрезвычайно длинные вычисления двумя примерами: одним для внутренней планеты (Меркурия), другим для внешней — Юпитера. Для обеих планет будем вычислять прямое восхождение и склонение на 22 ноября 1980,0.

Пример 50А

Инструкция	Результат
Меркурий (внутренняя планета)	
1. Определим число суток, прошедших после января 0,0 (§ 3) Прибавим 365 за каждый год после 1980 плюс 1 дополнительные сутки за каждый високосный год (см. табл. 2)	$= 305 + 22$ $+ 0$ $D = 327$ сут
Для планеты	
2. Вычислим $N_p = \frac{360}{365,2422} \times \frac{D}{T_p}$ Вычитать 360, пока результат не окажется в интервале 0—360°	$N_p = 1338,205014^\circ$ -360×3 $= 258,205014^\circ$
3. Найдем $M_p = N_p + \epsilon - \omega$	$M_p = 412,358101^\circ$
4. Вычислим $l = N_p + \frac{360}{\pi} e \sin(M_p) + \epsilon$ ($\pi = 3,1415927\dots$). Если результат больше 360, вычесть 360. Если результат отрицателен, прибавить 360	$l = 148,160937^\circ$
5. Найдем $v_p = l - \omega$	$v_p = 71,016724^\circ$
6. Вычислим $r = \frac{a(1-e)^2}{1 + e \cos v_p}$ (в радиусах земной орбиты)	$r = 0,347483$ а. е.

Инструкция

Результат

Для Земли

7. Найдем $N_E = \frac{360}{365,2422} \times \frac{D}{T_E}$. Вычитаем 360, пока результат не будет в интервале 0—360°	$N_E = 322,293786^\circ$
8. Вычислим $M_E = N_E + \epsilon - \omega$	$M_E = 318,530923^\circ$
9. Найдем $L = N_E + \frac{360}{\pi} e \sin(M_E) + \epsilon$ ($\pi = 3,1415927\dots$). Если результат больше 360, вычесть 360, если результат отрицателен, прибавить 360	$L = 59,858692^\circ$
10. Вычислим $v_E = L - \omega$	$v_E = -42,737712^\circ$
11. Найдем $R = \frac{(1-e^2)}{1 + e \cos v_E}$ (в радиусах земной орбиты)	$R = 0,987594$ а. е.
12. Вычислим $\psi = \arcsin[\sin(l - \omega) \sin i]$	$\psi = 6,895996^\circ$
13. Найдем $y = \sin(l - \omega) \cos i$	$y = 0,977257$
14. Найдем $x = \cos(l - \omega)$	$x = -0,174796$
15. Определим $\arctg y/x$. Круговые функции не однозначны. Обратите внимание на знаки x и y и сравните с рис. 10. Прибавляйте или вычитайте 180 или 360°, пока $\arctg y/x$ не окажется в нужном квадранте	$= -79,859090^\circ$ у положительна х отрицателен $+ 180,0$ $= 100,140911^\circ$
16. Прибавим ω , чтобы получить l' (контроль: l' должно быть почти равным l)	$l' = 148,235084^\circ$
17. Найдем $r' = r \cos \psi$	$r' = 0,344973$ а. е. $L - l' = -88,376392^\circ$
18. Найдем $A = \arctg \left[\frac{r' \sin(L - l')}{R - r' \cos(L - l')} \right]$	$A = -19,425531^\circ$
19. Вычислим $\lambda = 180 + L + A$. Если результат отрицателен, прибавить 360, если результат больше 360, вычесть 360. Это — геоцентрическая долгота планеты	$\lambda = 220,433161^\circ$
20. Найдем геоцентрическую широту $\beta = \arctg \left[\frac{r' \sin \psi \sin(\lambda - l')}{R \sin(l' - L)} \right]$	$\beta = 2,304301^\circ$
21. Наконец, вычислим прямое восхождение и склонение, используя способ § 27	$\alpha = 14$ ч 35 мин 02 с $\delta = -12^\circ 45' 46''$

Астрономический ежегодник дает эти координаты как $\alpha = 14 \text{ ч } 35 \text{ мин } 30 \text{ с}$ и $\delta = 12^\circ 50' 29''$. Таким образом, даже для Меркурия с его сильно эллиптической орбитой этот метод дает вполне хорошие по точности результаты. Вообще говоря, ожидаемые ошибки в α составляют самое большее несколько минут, но для Меркурия, для которого $e = 0,2$, ошибки могут быть и больше. Неточность возникает из-за того, что мы используем уравнение центра вместо уравнения Кеплера и из-за небольших возмущений орбиты планетами Солнечной системы (см. § 52). Можно уменьшить ошибки, вызванные первой причиной, пользуясь более детальным методом § 43. Рис. 25 (§ 52) позволяет судить об ошибках, связанных с использованием укороченного метода.

Пример 50Б

Инструкция	Результат
Юпитер (внешняя планета)	
1. Величины L , v_p , r , ψ , l' и r' для Юпитера и L , V_E и R для Земли вычисляются точно так же, как в предыдущем примере	$l = 176,025048^\circ$ $v_p = 162,015499^\circ$ $r = 5,441166 \text{ а. е.}$ $\psi = 1,264176^\circ$ $l' = 176,021511^\circ$ $r' = 5,439842 \text{ а. е.}$ $L = 59,858692^\circ$ $v_E = -42,737712^\circ$ $R = 0,987594 \text{ а. е.}$
2. Теперь вычислим	$(l' - L) = 116,162819^\circ$
$\lambda = \arctg \left[\frac{R \sin(l' - L)}{r' - R \cos(l' - L)} \right] + l'$. Если результат больше 360, вычесть 360, если результат отрицателен, прибавить 360	$\lambda = 184,601058^\circ$
3. Найдем $\beta = \arctg \left[\frac{r' \lg \psi \sin(l' - L)}{R \sin(l' - L)} \right]$	$\beta = 1,157413^\circ$
4. Перейдем к прямому восхождению и склонению, используя метод § 27	$\alpha = 12 \text{ ч } 18 \text{ мин } 44 \text{ с}$ $\delta = -0^\circ 45' 59''$

Астрономический ежегодник дает координаты Юпитера на этот день: $\alpha = 12 \text{ ч } 18 \text{ мин } 51 \text{ с}$ и $\delta = -0^\circ 46' 40''$. Как и в предыдущем примере, ошибка, связанная с использованием уравнения центра, может быть уменьшена, если

вычисления проводить по методу § 43. Наиболее важные возмущения от других планет Солнечной системы тоже можно учесть — см. § 52.

§ 51. Определение приближенных положений планет

Метод определения экваториальных координат планет, изложенный в предыдущем параграфе, достаточно точен, но включает длительные вычисления. Астроному-любителю часто нужно знать лишь приближенное положение планеты, чтобы понять, где ее искать на небе, и едва ли он захочет провести перед этим 20 мин, барахтаясь в море цифр ради этой информации. Для определения приближенных положений обычно достаточно принять, что планеты движутся относительно Солнца по круговой орбите, лежащей в плоскости эклиптики. Это приводит к значительному упрощению вычислений.

Гелиоцентрическую долготу теперь не надо исправлять за уравнение центра, так что можно записать

$$l = \frac{360}{365,2422} \times \frac{D}{T_p} + \epsilon \quad \text{градусов.}$$

Такую же формулу можно записать для Земли и получить L . Поскольку орбиты круговые с центром в Солнце, радиус-вектор постоянен. Следовательно,

$$r = a.$$

Гелиоцентрическая (а значит, и геоцентрическая) широта планеты равна нулю, поскольку мы приняли, что орбита лежит в плоскости эклиптики. Следовательно, для внешних планет получаем

$$\lambda = \arctg \left[\frac{\sin(l - L)}{a - \cos(l - L)} \right] + l,$$

и для внутренних

$$\lambda = 180^\circ + L + \arctg \left[\frac{a \sin(L - l)}{1 - a \cos(L - l)} \right],$$

поскольку $R = 1$ (радиус земной орбиты принят за единицу). Это — геоцентрическая эклиптическая долгота планеты, по которой можно найти прямое восхождение и склонение, используя формулы § 27 и помня, что $\beta = 0$:

$$\alpha = \arctg [\tg \lambda \cdot \cos \epsilon]$$

$$\delta = \arcsin [\sin \epsilon' \cdot \sin \lambda],$$

здесь ϵ' — наклон эклиптики (см. § 27). В некоторых случаях можно даже пренебречь тем фактом, что плоскость эклиптики наклонена под определенным углом к плоскости экватора, и написать

$$\alpha = \lambda.$$

В качестве примера мы снова вычислим координаты Юпитера на 22 ноября 1980 г., используя этот приближенный метод.

Пример 51

Инструкция	Результат
1. Найдем число суток после января 0,0 (§ 3). Прибавлять 365 за каждый год после 1980 плюс 1 сутки за каждый високосный год (см. табл. 2)	= 305 + 22 суток + 0 D = 327 сут
2. Вычислить $l = \frac{360}{365,2422} \times \frac{D}{T_p} + \epsilon$. Вычитать 360, пока результат не будет в интервале 0—360°	$l = 174,14^\circ$
3. Чтобы найти L , повторить шаг 2 для Земли	$L = 61,13^\circ$
4. Вычислить $\lambda = \arctg \left[\frac{\sin(l-L)}{a - \cos(l-L)} \right] + l$	$\lambda = 183,48^\circ$
5. Перейти к прямому восхождению и склонению (§ 27), помня, что $\beta = 0$	$\alpha = 12 \text{ ч } 13 \text{ мин}$ $\delta = -1^\circ 23'$

Результат отличается от точного положения меньше чем на 6 мин по α и на полградуса по δ . Однако в некоторых случаях следует ожидать гораздо больших ошибок, особенно когда орбита характеризуется большими значениями e или i .

§ 52. Возмущения планетных орбит

Вычисляя координаты планет (§ 50), мы принимали, что их движение полностью определяется полем тяготения Солнца, так что влияние других членов Солнечной системы (возмущения) пренебрежимо мало. Это предположение обеспечивает достаточно хорошее приближение; однако,

чтобы увеличить точность, необходимо учесть такие возмущения, особенно для орбит Юпитера и Сатурна, для которых действие возмущений может достигать 1° в долготу. Стандартный метод состоит в том, что к величинам вычисленным в § 50, прибавляется ряд поправок. Аналогичный прием для Луны мы выполним в § 61. В этом параграфе мы рассмотрим лишь наиболее важные поправки для орбит Юпитера и Сатурна, превышающие $0,04^\circ$ в долготу.

Прежде всего надо вычислить время в юлианских столетиях, прошедшее после даты 1900 январь 0,5. Оно определяется как

$$T = \frac{JD - 2415\,020,0}{36\,525},$$

где JD — юлианская дата (§ 4). Затем вычислим величины

$$A = \frac{T}{5} + 0,1,$$

$$P = 237,47555^\circ + 3034,9061^\circ \cdot T,$$

$$Q = 265,91650^\circ + 1222,1139^\circ \cdot T,$$

$$V = 5Q - 2P,$$

$$B = Q - P.$$

Главные поправки для Юпитера и Сатурна будут следующие:

Юпитер:

$$\Delta l = (0,3314 - 0,0103 A) \sin V - 0,0644 A \cos V,$$

Сатурн:

$$\Delta l = (0,1609 A - 0,0105) \cos V + (0,0182 A - 0,8142) \sin V - 0,1488 \sin B - 0,0408 \sin 2B + 0,0856 \sin B \cos Q + 0,0813 \cos B \sin Q.$$

Значения Δl следует прибавить к средней долготу l до начала вычислений, описанных в § 50.

Перевычислим теперь положение Юпитера на 22 ноября 1980,0, решая уравнение Кеплера (§ 43) и учитывая главные члены возмущений.

Пример 52

Инструкция	Результат
1. Вычислим юлианскую дату (§ 4)	JD = 2 444 565,50 сут
2. Найдем $T = \frac{JD - 2\,415\,020,0}{36\,525}$	$T = 0,808912$ столетий
3. Найдем $A = T/5 + 0,1$	$A = 0,261782$ столетий
4. Определим $P = 237,47555^\circ + 3034,9061^\circ \cdot T$	$P = 2692,447513^\circ$
5. Определим $Q = 265,91650^\circ + 1222,1139^\circ \cdot T$	$Q = 1254,499099^\circ$
6. Получим $V = 5Q - 2P$	$V = 887,600469^\circ$
7. Вычислим $\Delta l = (0,3314 - 0,0103 A) \sin V - 0,0644 A \cos V$	$\Delta l = 0,087047^\circ$
8. Следуя примеру 50, найдем M_p	$M_p = 160,127626^\circ$ $E_p = 2,810509$ рад $v_p = 161,913246^\circ$ $l = 175,922796^\circ + 0,087047^\circ$ $l_p = 176,009843^\circ$
9. Используя метод § 43, определим v_p	$E_p = 5,548202$ рад $v_E = -42,757812^\circ$ $L = 59,838591^\circ$ $R = 0,987598$ а. е.
10. Найдем $l = v_p + \omega$	$r = 5,441013$ а. е.
11. Увеличим значение l , прибавив Δl	$\psi = 1,264091^\circ$ $l' = 176,006303^\circ$ $r' = 5,439689$ а. е.
12. Вычислим L , v_E и R для Земли, следуя методу § 43	$(l' - L) = 116,167712^\circ$ $\lambda = 184,588480^\circ$ $\beta = 1,157401^\circ$ $\alpha = 12 \text{ ч } 18 \text{ мин } 41 \text{ с}$ $\delta = -0^\circ 45' 41''$
13. Согласно § 50, вычислим α и δ	

Мы видим, что, несмотря на наши усилия, ответ оказался более далеким от точного значения, чем ранее. Это указывает на важное обстоятельство: хотя метод § 50 с дополнениями этого раздела должен, вообще говоря, давать лучший результат, с ним связаны большие общие ошибки, и конечный результат оказывается менее точным. Ошибка, возникающая потому, что мы учитываем только первый член уравнения центра, показана на рис. 25 в

функции средней аномалии M для двух значений эксцентриситета e . В нашем примере ошибка составляет $0,102^\circ$ и случайно почти полностью компенсируется другими ошибками, что и дает близкий к истине результат.

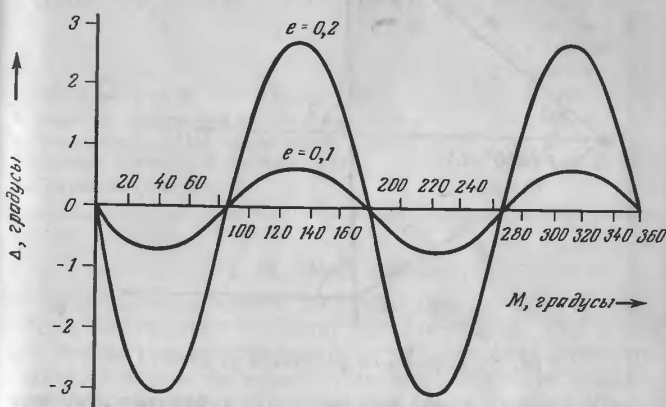


Рис. 25. Ошибка Δ , вносимая приближением $y = M + (360/\pi) e \sin M$. Истинное значение истинной аномалии равно $v + \Delta$.

§ 53. Расстояние, световой промежуток и угловой поперечник планеты

В ходе вычислений § 50 мы, определяя положение планеты, нашли расстояния планеты r и Земли R от Солнца. Используя эти величины, а также гелиоцентрические долготы l и L , мы легко выведем расстояние планеты от Земли ρ . Геометрия показана на рис. 26. С пренебрежимо малой ошибкой мы примем, что планета P лежит в плоскости эклиптики. Тогда, применяя теорему косинусов к треугольнику SEP , имеем

$$\rho^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos(l - L),$$

откуда определяется ρ . Обычно r и R выражаются в астрономических единицах (а. е.): 1 а. е. — это величина большой полуоси земной орбиты. Расстояние планеты от Земли также измеряется в астрономических единицах.

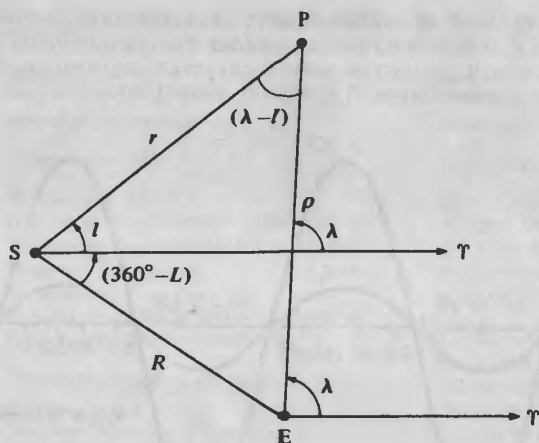


Рис 26 Определение расстояния до планеты

Вычислив ρ , не представляет труда найти световой промежуток τ — время, за которое свет пройдет от планеты до нас. Смотря на планету, мы видим ее в точке, в которой она была τ часов назад, где

$$\tau = 0,1386\rho \text{ часов,}$$

если ρ выражено в астрономических единицах.

Мы можем также найти видимый угловой диаметр планеты, равный

$$\theta = \theta_0/\rho,$$

где ρ выражено в а. е., а θ_0 — угловой диаметр планеты, если она находится на расстоянии 1 а. е. от Земли. Значения θ_0 приведены в табл. 7.

В качестве примера вычислим расстояние, световой промежуток и видимый угловой диаметр Юпитера 22 ноября 1980 г.

В Астрономическом ежегоднике находим, что для Юпитера в этот день $\rho = 5,94$ а. е. и $\theta = 31''$.

Пример 53

Инструкция	Результат
1. Найдем r , R , l и L как в §50	$r = 5,441166$ а. е. $R = 0,987594$ а. е. $l = 176,025048^\circ$ $L = 59,858692^\circ$
2. Вычислим $\rho^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos(l - L)$	$\rho^2 = 35,320973$ (а. е.) ²
3. Извлечем квадратный корень и найдем ρ	$\rho = 5,94$ а. е.
4. Умножим на 0,1386, чтобы найти τ ; затем переведем в минуты и секунды (§ 8)	$\tau = 0,823720$ ч $\tau = 49$ мин 25 с
5. Определим θ из $\theta = \theta_0/\rho$	$\theta = 33''$

§ 54. Фазы планет

В какой бы точке орбиты ни находилась планета, ее полушара, обращенная к Солнцу, ярко освещена, в то время как вторая половина ее поверхности погружена в темноту. Однако с Земли мы видим ту часть поверхности, которая занимает полусферу, обращенную к Земле, которая обычно захватывает и светлое, и темное полушария. Таким образом, мы видим не равномерно освещенный диск планеты, а яркий сегмент на нем, остальная часть диска — темная и обычно невидима. Поскольку взаимное расположение Земли, планеты и Солнца меняется, освещенная площадь видимого диска также меняется. По определению фазой планеты называется освещенная доля видимого диска.

На рис. 26 угол $(\lambda - l)$ — солнечная элонгация Земли, измеренная с планеты P . Обозначим этот угол d . Тогда $d = \lambda - l$. Фаза F связана с d формулой

$$F = \frac{1}{2}(1 + \cos d).$$

Значение F всегда заключено в пределах от 0 до 1. При $F=0$ к Земле обращена темная сторона планеты. Это может быть только для внутренних планет, Меркурия и Венеры. При $F=1$ с Земли видно только освещенное полушарие планеты.

В качестве примера определим фазы Меркурия и Юпитера 22 ноября 1980 г.

Пример 54

Инструкция	Результат
1. Найдём $d = \lambda - l$, используя для вычисления λ и l метод, описанный в § 50	Меркурий: $d_1 = 72,272224$ Юпитер: $d_2 = 8,576010$
2. Найдём $F = \frac{1}{2}(1 + \cos d)$	Меркурий: $F_1 = 0,65$ Юпитер: $F_2 = 0,99$

Мы видим, что у Юпитера освещен практически весь диск, в то время как у Меркурия — несколько больше половины диска.

§ 55. Позиционный угол светлого лимба

Рис. 27 показывает, как выглядит планета в фазе около 0,7. Пунктиром очерчена невидимая часть диска, а прямая NS параллельна земной оси. Кривая AB — терминатор,

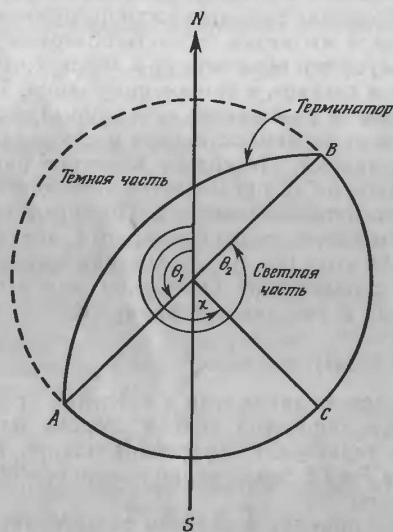


Рис. 27 Позиционный угол светлого лимба.

линия, отделяющая ночь от дня. Позиционные углы измеряются от точки севера в направлении против часовой стрелки. Таким образом, точки A и B характеризуются позиционными углами θ_1 и θ_2 . Точка C делит пополам дугу AB, являясь серединой светлого лимба, и определяет позиционный угол светлого лимба χ . Следовательно, $\chi = (\theta_1 + \theta_2)/2$.

Можно легко вычислить χ , если известны экваториальные координаты планеты (α , δ) и Солнца ($\alpha_\odot$, $\delta_\odot$):

$$\chi = \arctg \left[\frac{\cos \delta_\odot \sin(\alpha_\odot - \alpha)}{\cos \delta \sin \delta_\odot - \sin \delta \cos \delta_\odot \cos(\alpha_\odot - \alpha)} \right].$$

В качестве примера вычислим позиционный угол светлого лимба Меркурия 22 ноября 1980 г. Координаты Солнца: $\alpha_\odot = 15$ ч 50 мин 37 с, $\delta_\odot = -20^\circ 07' 04''$.

Пример 55

Инструкция	Результат
1. Определим прямое восхождение и склонение планеты (§ 50)	$\alpha = 14$ ч 35 мин 02 с $\delta = -12^\circ 45' 46''$
2. Переведем координаты планеты и Солнца в десятичную форму (§ 7 и 21)	$\alpha = 14,583889$ ч $\delta = -12,762778^\circ$
Координаты Солнца можно найти, следуя § 42	$\alpha_\odot = 15,843611$ ч $\delta_\odot = -20,117778^\circ$
3. Найдём $\Delta\alpha = \alpha_\odot - \alpha$. Переведем в градусы, умножив на 15 (§ 22)	$\Delta\alpha = 18,895830^\circ$
4. Определим $y = \cos \delta_\odot \sin \Delta\alpha$	$y = 0,303973$
5. Определим $x = \cos \delta \cdot \sin \delta_\odot - \sin \delta \cdot \cos \delta_\odot \cos \Delta\alpha$	$x = -0,139196$
6. Найдём $\chi' = \arctg(y/x)$. Чтобы исключить неоднозначность, обратимся к рис. 10 и сравним знаки x и y . Прибавляйте или вычитайте 360 или 180 к χ' , пока не приведете χ' в верный квадрант	$\chi' = -65,395952^\circ$ $+ 180$ $\chi = 114,6^\circ$

Астрономический ежегодник в этот день дает для Меркурия $\chi = 114^\circ$.

§ 56. Видимый блеск планеты

Проведенные до сих пор вычисления позволили нам определить положение, солнечную элонгацию (§ 48), расстояние от Земли, видимый угловой диаметр, фазу и позиционный угол светлого лимба планеты. Чтобы список всех важ-

ных характеристик видимости планеты был полон, остается добавить видимый блеск планет.

Блеск обычно измеряется в звездных величинах m в нелинейной шкале, причем меньшему блеску соответствует большая звездная величина. Звезды наибольшего блеска имеют видимую звездную величину около 1, а наиболее слабые звезды, еще видимые невооруженным глазом, имеют звездную величину около 6. Отношение световых потоков от звезд, различающихся на 1 звездную величину, составляет около 2,5. Солнце, световой поток от которого на Земле очень велик, имеет визуальную величину $-26,74$, в то время как Луна в полнолуние $-12,73$. Планеты располагаются в интервале от примерно -4 для Венеры до $+14$ для Плутона (в их наибольшем блеске).

Блеск планет различается по нескольким причинам. Прежде всего световой поток от Солнца, приходящий на планету, изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от Солнца до планеты r . Кроме того, количество света, переизлученного к Земле, зависит от фазы F и фактора блеска A . Последний характеризует отражательную способность планеты в сочетании с площадью ее диска. Чем больше площадь диска, тем больше света Солнца перехватывает планета и, следовательно, тем больше света она переизлучает к Земле. Наконец, световой поток, поступающий на Землю, меняется обратно пропорционально квадрату расстояния планеты от Земли ρ .

Приближенное значение видимой звездной величины планеты определяется по формуле:

$$m = 5 \lg(rp/A\sqrt{F}) - 26,7,$$

где r и ρ измерены в а. е. Значения A приведены в табл. 7.

Для примера вычислим видимую звездную величину Юпитера 22 ноября 1980 г.

Пример 56

Инструкция	Результат
1. Найдем значения r , ρ и F , используя методы § 50, 53 и 54	$r = 5,441166$ а. е. $\rho = 5,94$ а. е. $F = 0,99$
2. Вычислим $m = 5 \lg(rp/A\sqrt{F}) - 26,7$ (r и ρ в а. е.)	$m = -0,64$

Таблица 7

Элементы орбит планет, эпоха 1980,0

Планеты	Период T_p (тропические годы)	Долгота в эпоху φ (градусы)	Долгота перигелия ω (градусы)	Эксцентриситет орбиты e	Большая полуось орбиты a (а. е.)	Наклонение орбиты i (градусы)	Долгота восходящего узла Ω (градусы)	Угловой диаметр диска θ (сек. дуги)	Фактор блеска A (а. е.) ²
Меркурий	0,24085	231,2973	77,1442128	0,2056306	0,3870986	7,0043579	48,0941733	6,74	$1,918 \cdot 10^{-6}$
Венера	0,61521	355,73352	131,2895792	0,0067826	0,7233316	3,394435	76,4997524	16,92	$1,721 \cdot 10^{-5}$
Земля	1,00004	98,833540	102,596403	0,016718	1,000000				
Марс	1,88089	126,30783	335,6908166	0,0933865	1,5236883	1,8498011	49,4032001	9,36	$4,539 \cdot 10^{-6}$
Юпитер	11,86224	146,966365	14,0095493	0,0484658	5,202561	1,3041819	100,2520175	196,74	$1,994 \cdot 10^{-4}$
Сатурн	29,45771	165,322242	92,6653974	0,0556155	9,554747	2,4893741	113,4888341	165,60	$1,740 \cdot 10^{-4}$
Уран	84,01247	228,0708551	172,7363288	0,0463232	19,21814	0,7729895	73,8768642	65,80	$7,768 \cdot 10^{-5}$
Нептун	164,79558	260,3578998	47,8672148	0,0090021	30,10957	1,7716017	131,5606494	62,20	$7,597 \cdot 10^{-5}$
Плутон	250,9	209,439	222,972	0,25387	39,78459	17,137	109,941	8,20	$4,073 \cdot 10^{-6}$

1. а. е. = $149,6 \cdot 10^6$ км.

Элементы орбиты Плутона — оскулирующие элементы в эпоху 1980 января 2,0.

Значение, которое приведено на 22 ноября для Юпитера в Астрономическом ежегоднике, составляет $m = -1,4$. Вообще говоря, точность наших вычислений около 1 зв. вел. Мы не учитывали атмосферного ослабления (§ 39), которое близ горизонта может ослабить видимую величину на 2 или 3 единицы. Тем не менее наш расчет показывает, чего можно ждать.

§ 57. Кометы

В предыдущих разделах мы познакомились с тем, как вычислить положение любого тела, движущегося вокруг центрального массивного объекта, и применили этот метод к большим планетам нашей Солнечной системы. Все, что нужно было знать, — это элементы орбиты каждой планеты. Подобным же образом мы можем вычислить положение периодической кометы, если известны элементы ее орбиты, однако метод нужно несколько изменить по двум причинам:

1. Обычно не дается долгота кометы в определенную эпоху. Чаще дается эпоха прохождения перигелия — ближайшей к Солнцу точки орбиты.

2. Эксцентриситет e орбиты кометы обычно много больше 0,1, и уравнение центра неприменимо. Вместо него нужно решать уравнение Кеплера.

Элементы орбит нескольких периодических комет приведены в табл. 8. Заметьте, что, как и для орбит планет, мы приводим долготу перигелия ω . Иногда вместо нее дается аргумент перигелия. Он обозначается символом $\tilde{\omega}$ (очень легко спутать!) и связан с ω соотношением $\omega = \tilde{\omega} + \Omega_0$.

Начнем, как и раньше, с определения средней аномалии кометы по формуле

$$M = \frac{360}{365,2422} \times \frac{D}{T_p} + e - \omega,$$

где D — число суток после прохождения перигелия, T_p — период обращения по орбите в годах, e — долгота в

Таблица 8

Элементы орбит некоторых периодических комет

	Эпоха прохождения перигелия	Долгота перигелия ω (градусы)	Долгота восходящего узла (градусы)	Период T_p (годы)	Большая полуось орбиты a (а. е.)	Эксцентриситет орбиты e	Наклонение орбиты i (градусы)
Энке — Баклунда	1974,32	160,1	334,3	3,30	2,209	0,847	12,0
Темпеля 2	1972,87	310,2	119,3	5,26	3,024	0,549	12,5
Ханелы — Кампоса	1978,77	12,016	131,700	5,37	3,066	0,64152	5,805
Шваассмана — Вахмана 2	1974,70	123,3	126,0	6,51	3,489	0,386	3,7
Борелли	1974,36	67,8	75,1	6,76	3,576	0,632	30,2
Уинлла	1970,77	18,2	188,4	7,47	3,821	0,351	10,2
Отерма	1958,44	150,0	155,1	7,88	3,958	0,144	4,0
Шомасса	1960,29	138,1	86,2	8,18	4,054	0,705	12,0
Комас — Сола	1969,83	102,9	62,8	8,55	4,182	0,577	13,4
Шваассмана — Вахмана 1	1974,12	334,1	319,6	15,03	6,087	0,105	9,7
Неуймина 1	1966,94	334,0	347,2	17,93	6,858	0,775	15,0
Кроммелина	1956,82	86,4	250,4	27,89	9,173	0,919	28,9
Ольберса	1956,46	150,0	85,4	69,47	16,843	0,930	44,6
Понса — Брукса	1954,39	94,2	255,2	70,98	17,200	0,955	74,2
Галлея	1986,112	170,0110	58,1540	76,0081	17,9435	0,9673	162,2384

эпоху и ω — долгота перигелия. Однако в этом случае эпоха — это момент прохождения перигелия, так что $\epsilon = \omega$. Кроме того, нет необходимости считать время в сутках, в этом случае можно проводить вычисления в десятичных долях года. Отсюда

$$M = 360 Y / T_p,$$

где Y — число лет после прохождения перигелия.

Теперь необходимо решить уравнение Кеплера

$$E - e \sin E = M,$$

где e — эксцентриситет и E — эксцентрическая аномалия. Способ его решения приведен в § 43 (процедура R2); при этом предполагалось, что эксцентриситет меньше 0,1, так что первое приближение $E = M$ оказывается достаточно хорошим, чтобы получить точное решение после одной или двух итераций. В данном случае эксцентриситет много больше и, хотя в принципе процедура всегда сходится, приходится выполнять много итераций. Можно ускорить процесс, если известно лучшее начальное приближение, чем $E = M$. Для этой цели разумно использовать специальный график (рис. 28). Для любого значения e между 0 и 1 по значению M (выраженному в радианах) мы снимаем с графика соответствующее значение Δ . Затем вместо первого приближения $E = E_0 = M$ принимаем $E = E_0 + \Delta$ и далее следуем процедуре R2, как и раньше. Оказывается, что, каковы бы ни были значения e и M , необходимы всего две или три итерации. Вместо рис. 28 для определения Δ можно использовать номограмму, приведенную на рис. 29. Положите линейку так, чтобы она соединяла значение M (в радианах) на правой вертикальной шкале со значением e на левой вертикальной шкале. Точка пересечения с кривой дает величину Δ/e . Умножив на e , получим Δ и припишем знак согласно правой шкале номограммы. Например, прямая, соединяющая точки $M = 5,6$ и $e = 0,46$, пересекает кривую при $|\Delta/e| = 0,9$. Таким образом, $|\Delta| = 0,9 \times 0,46 = 0,41$ и знак отрицателен, т. е. $\Delta = -0,41$. Найдя E , мы можем вычислить истинную аномалию v из равенства

$$\operatorname{tg} v = \left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{1/2} \operatorname{tg} \frac{E}{2}$$

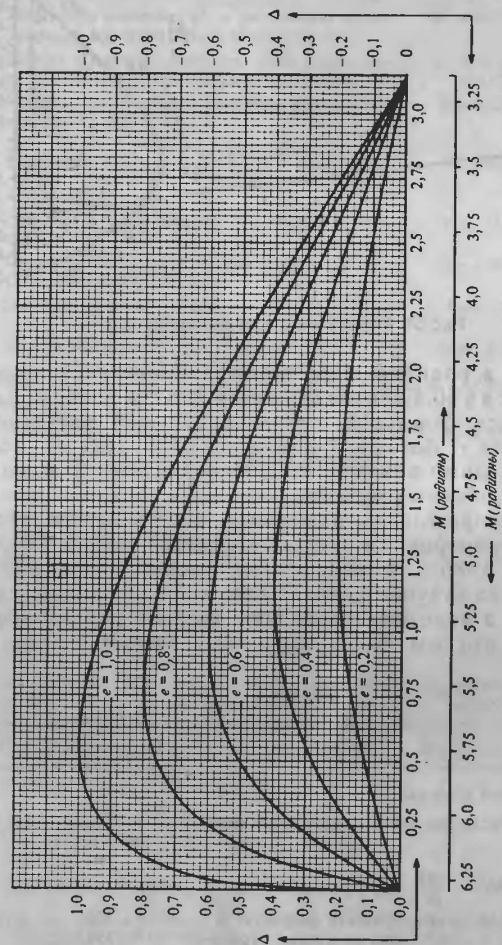
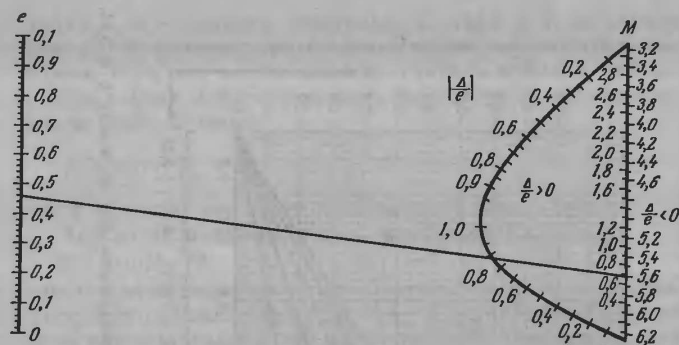


Рис. 28. График уравнения Кеплера. Левая шкала и верхняя шкала M предназначены для M между 0 и 3,14. Правая шкала и нижняя шкала M — для M между 3,14 и 6,28.

Рис. 29. Номограмма для вычисления Δ .

(все углы в радианах); оставшиеся вычисления выполняются как в § 50. Если обнаружится, что r' меньше R , надо пользоваться формулой, справедливой для внутренних планет; если r' больше R — для внешних. При вычислениях необходимо помнить, что эпоха для кометы и эпоха для Земли обычно различны.

Метод определения положения кометы лучше всего пояснить примером. Вычислим положение кометы Галлея на начало 1986 г. В этом случае удобнее вести расчет относительно будущего (предвычисленного) прохождения перигелия, а не относительно того, которое уже наблюдалось, так что мы будем вести вычисления «назад по орбите».

Пример 57

Инструкция	Результат
Вычисления для кометы	
1. Найдем число лет после прохождения перигелия	$Y = 1986,0 - 1986,112 = -0,112$
2. Найдем $M_c = \frac{360Y}{T_p}$ (градусов). Вычитать кратное 360, чтобы привести результат в интервале $0-360^\circ$, если результат отрицателен, прибавлять 360	$M_c = -0,530470^\circ$ $+ 360$ $= 359,469530^\circ$

Инструкция	Результат
3. Переведем значение M_c в радианную меру, умножив на $\pi/180$ ($\pi = 3,1415927\dots$)	$M_c = 6,273927$ рад
4. Решим уравнение Кеплера, следуя процедуре R2 (§43). Первое приближение из рис. 28	$E_0 = M + (-0,2)$ $= 6,073927$ рад
5. Найдем более точное решение, используя процедуру R2	$E = 6,056978$ рад
6. Вычислим $\lg \frac{v}{2} = \left[\frac{1+e}{1-e} \right]^{1/2} \lg \frac{E}{2}$ (все углы в радианах)	$-0,881041$
7. Возьмем $\arctg$ и удвоим его, чтобы получить v	$v = -1,444483$ рад
8. Переведем в градусную меру, умножив на $180/\pi$ ($\pi = 3,1415927\dots$)	$v = -82,762753^\circ$
9. Найдем $l = v + \omega$	$l = 87,248247^\circ$
10. Определим $r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v}$	$r = 1,028934$ а. е.
11. Вычислим $\psi = \arcsin[\sin(l-\omega)\sin i]$	$\psi = 8,530351^\circ$
12. Найдем $y = \sin(l-\omega)\cos i$	$y = -0,463070$
13. Найдем $x = \cos(l-\omega)$	$x = 0,873821$
14. Определим $\arctg(y/x)$. Устранить неопределенность, сравнивая знаки x и y с рис. 10. Если квадрант не верен, добавлять или вычитать 180 или 360	$= -27,920776^\circ$
15. Прибавим ω , чтобы найти l'	$l' = 30,233224^\circ$
16. Найдем $r' = r\cos\psi$	$r' = 1,017551$ а. е.
Вычисления для Земли	
17. Найдем $N_E = \frac{360}{365,2422} \times \frac{D}{T_E}$. D — число суток после 1980,0 (см. табл. 2). Вычитайте 360, пока результат не окажется в интервале $0-360^\circ$	$D = 2192$ $N_E = 2160,452534$ $= 0,452534^\circ$
18. Определим $M_E = N_E + e - \omega$ (см. табл. 7)	$M_E = -3,310329^\circ$
19. Найдем $L = N_E + \frac{360}{\pi} e \cdot \sin(M_E) + e$ ($\pi = 3,1415927\dots$). Если результат больше 360, вычесть 360, если результат отрицателен, прибавить 360	$L = 99,175451^\circ$
20. Вычислим $v_E = L - \omega$	$v_E = -3,420952^\circ$
21. Найдем $R = \frac{1-e^2}{1+e\cos v_E}$	$R = 0,983311$ а. е.
22. Если r' меньше R , вычисляйте по уравнению (6)	$r' > R$, уравнение (6)

Инструкция	Результат
нию (а), если r' больше R , пользуйтесь уравнением (б):	
(а) $\lambda = 180 + L + \arctg \left[\frac{r' \sin(L-L')}{R - r' \cos(L-L')} \right]$	
(б) $\lambda = \arctg \left[\frac{R \sin(L' - L)}{r' - R \cos(L' - L)} \right] + L'$	$\lambda = 336,132193^\circ$
Прибавьте 360, если результат отрицателен	
23. Найдем $\beta = \arctg \left[\frac{r' \operatorname{tg} \psi \sin(\lambda - L')}{R \sin(L' - L)} \right]$	$\beta = 7,673262^\circ$
24. Наконец, вычислим прямое восхождение и склонение, используя метод §27	$\alpha = 22 \text{ ч } 20 \text{ мин}$ $\delta = -2^\circ 07'$

Таким образом, следует ожидать, что в начале 1986 г. комета Галлея будет видна в созвездии Водолея. Насколько точно наше предсказание, нам еще предстоит увидеть. Однако большой точности мы ожидать не должны, поскольку элементы орбиты меняются от возвращения к возвращению вследствие возмущений орбиты кометы полями тяготения планет. Тем не менее можно быть уверенным, что комета будет не дальше 1° от предвычисленного положения.

§ 58. Параболические орбиты

В предыдущих параграфах мы рассматривали движение членов Солнечной системы, гравитационно связанных с Солнцем, таких, как планеты или периодические кометы. Эти объекты движутся по эллиптическим орбитам с Солнцем в фокусе эллипса и в отсутствие возмущений от других членов Солнечной системы или внешних влияний будут продолжать двигаться по этим орбитам бесконечно долго. Однако некоторые кометы, видимо, не удерживаются Солнцем. Если бы не было возмущений, то они, однажды появившись, снова уходили бы в межзвездное пространство, чтобы никогда не возвратиться. Их движение обычно рассматривается как движение по параболическим орбитам, и для вычисления их положений по элементам пара-

болической орбиты нужно использовать несколько измененную процедуру.

Элементами параболической орбиты служат:

- t_0 — эпоха прохождения перигелия,
- q — перигелийное расстояние в а. е.,
- i — наклонение орбиты,
- $\tilde{\omega}$ — аргумент перигелия ($\tilde{\omega} = \omega - \Omega$),
- Ω — долгота восходящего узла.

Вычисления проводятся по той же общей схеме, как и для эллиптических орбит: после определения истинной аномалии v и радиуса-вектора r для расчета положения кометы можно использовать метод § 57. Однако вычисление v и r проводится несколько по-иному. Прежде всего найдем значение величины

$$W = \frac{0,0364911624}{q\sqrt{q}} \times d,$$

где d — число дней после прохождения перигелия. Затем нужно решить уравнение

$$s^3 + 3s - W = 0.$$

Это лучше всего сделать методом итерации согласно процедуре R3. После этого вычисляются v и r :

$$v = 2 \arctg(s),$$

$$r = q(1 + s^2).$$

Например, в Циркуляре Международного астрономического союза, №3137, сообщаются следующие элементы орбиты кометы Колера (1977 m):

$$t_0 = 1977, \text{ ноябрь } 10,5659,$$

$$q = 0,990662,$$

$$i = 48,7196^\circ,$$

$$\tilde{\omega} = 163,4799^\circ,$$

$$\Omega = 181,8175^\circ.$$

(Отсюда для $\omega = \tilde{\omega} + \Omega$ имеем $\omega = 345,2974^\circ$.)

Программа R3. Чтобы решить уравнение $s^3 + 3s - W = 0$, необходимо:

1. Принять за первое приближение $s = s_0 = W/3$.
2. Вычислить $\delta = s^3 + 3s - W$.
3. Если $|\delta| < \epsilon$, перейти к шагу 6, в противном случае — к шагу 4;
 ϵ — требуемая точность (10^{-6} градуса).
4. Вычислить $s_1 = \frac{2s^3 + W}{3(s^2 + 1)}$ (заметьте, что s^3 можно вычислить как $s \cdot s^2$).
5. Положить $s = s_1$ и перейти к шагу 2.
6. Полученное значение отличается от точного меньше чем на $\pm \epsilon$.

Пример 58

Инструкция	Результат
1. Рассчитаем число суток после прохождения перигелия. Это можно сделать, например вычтя юлианскую дату (§ 4) эпохи из юлианской даты рассматриваемых суток	10 нояб. 1977. $JD_1 = 2\,443\,457,5$ 25 дек. 1977. $JD_2 = 2\,443\,502,5$ $JD_2 - JD_1 = 45$ сут Эпоха: ноябрь 10,5659 $d = 44,4341$ сут
2. Найдем $W = \frac{0,0364911624}{q\sqrt{q}} \times d$	$W = 1,644432$
3. Решим уравнение $s^3 + 3s - W = 0$, пользуясь процедурой R3	1-е прил. $s = 0,548144$ $s = 0,505171$
4. Найдем $v = \arctg(s)$ и $r = q(1 + s^2)$	$v = 53,603189^\circ$ $r = 1,243477$ а. е. $l = 398,900589^\circ$ $\psi = -26,944536^\circ$ $r' = 1,108492$ а. е.
5. Перейдем к п. 9 инструкции примера 57 (не обращая внимания на п. 10 этой инструкции), чтобы найти α и δ	
Для Земли:	$D = -736$ сут $N_E = -725,407420^\circ$ $= 354,592580^\circ$ $L = 93,120810^\circ$ $R = 0,983503$ а. е. $r' > R$: используйте уравнение (6) $\lambda = 336,099109^\circ$ $\beta = -26,585505^\circ$ $\alpha = 23$ ч 17 мин $\delta = -33^\circ 41'$

Таким образом, 25 декабря 1977 г. комета Колера была в созвездии Скульптора.

Приведенные значения i , ω и Ω отнесены к равноденствию 1950,0. Строго говоря, следовало бы отнести все наши вычисления к тому же равноденствию, но мы не будем этого делать, поскольку поправка мала. Вычислим положение кометы на 25 декабря 1977 г., считая орбиту невозмущенной (пример 58).

§ 59. Орбиты двойных звезд

Очень часто астрономы наблюдают в свои телескопы тесные пары звезд. Такая видимая близость может объясняться тем, что две не связанные между собой звезды случайно расположены близ луча зрения. Однако иногда звезды действительно близки друг к другу в пространстве и образуют двойную звезду, компоненты которой связаны взаимным гравитационным притяжением. Компоненты движутся друг относительно друга по эллиптическим орбитам, аналогично движению Юпитера относительно Солнца. Более яркую из двух звезд обычно называют главной, более слабую — спутником. Мы будем рассматривать орбиту спутника относительно главной звезды, считая ее неподвижной, хотя в действительности обе звезды обращаются вокруг общего центра масс.

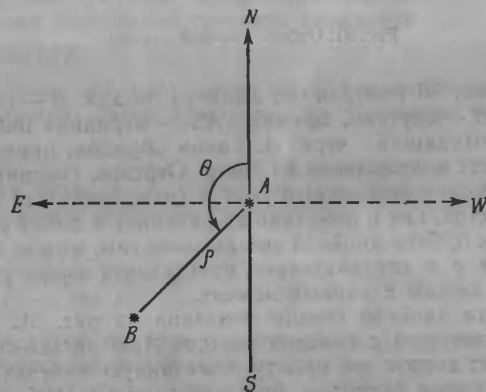


Рис. 30. Двойная звезда, наблюдаемая с Земли.

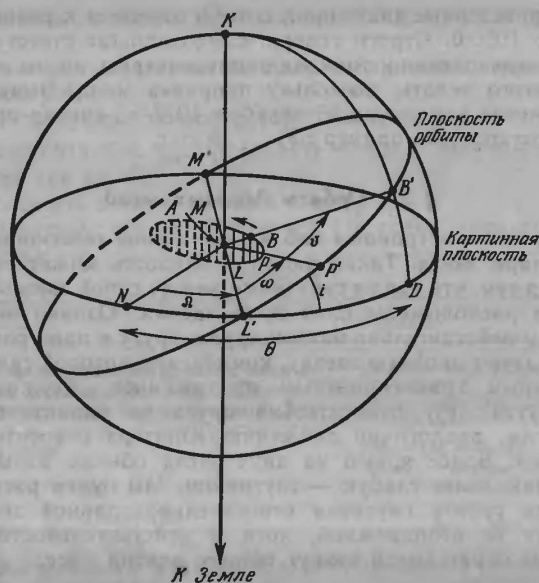


Рис. 31. Орбита двойной звезды.

На рис. 30 изображена двойная звезда. A — главная звезда, B — спутник, прямая NAS — меридиан наблюдателя, проходящий через A . Таким образом, прямая AN определяет направление на север. Отрезок, соединяющий A и B , имеет позиционный угол θ (измеряемый от севера через восток, как и показано на рисунке) и длину ρ . Если элементы орбиты двойной звезды известны, можно вычислить θ и ρ и, следовательно, предсказать конфигурацию двойной звезды в данный момент.

Орбита двойной звезды показана на рис. 31. Центр сферы совмещен с главной звездой A , а звезда-спутник описывает вокруг нее орбиту, показанную маленьким заштрихованным эллипсом. Большой круг $NL'DM'$ показывает, где плоскость, перпендикулярная лучу зрения, пе-

ресекает сферу (если смотреть с Земли, то это картинная плоскость). Отрезок AN определяет направление на север, как и на рис. 30. Большой круг $L'P'B'M'$ — след пересечения сферы плоскостью реальной орбиты. Точка L' — проекция на сферу восходящего узла L , M' — проекция нисходящего узла M , а P' — проекция точки теснейшего сближения P (периастра). Звезда-спутник находится в точке B . Долготы отсчитываются от восходящего узла L , а истинная аномалия v представляет собой угол между B и периастром. Для вычисления положения необходимы следующие элементы:

T — период обращения,
 t — эпоха прохождения периастра,
 e — эксцентриситет орбиты,
 a — большая полуось орбиты,
 i — наклонение орбиты к картинной плоскости,
 Ω — позиционный угол восходящего узла,
 ω — долгота периастра.

Все углы, описывающие движение, измеряются в направлении движения. Элементы некоторых двойных звезд приведены в табл. 9 на след. стр.

Вычисления в случае двойной звезды проводятся методом, аналогичным определению положения планет.

Сначала определяем среднюю аномалию

$$M = 360Y/T,$$

где Y — число лет, прошедших после момента прохождения периастра. Затем нужно решить уравнение Кеплера

$$E - e \sin E = M,$$

используя метод § 57. Истинную аномалию v и радиус-вектор r можно найти из соотношений

$$v = 2 \arctg \left[\left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{1/2} \operatorname{tg} \frac{E}{2} \right],$$

$$r = a (1 - e \cos E)$$

(помните, что E выражено в радианах). Наконец, θ и ρ определяются из выражений

$$\theta = \arctg \left[\frac{\sin(v + \omega) \cos i}{\cos(v + \omega)} \right] + \Omega \text{ градусов},$$

Таблица 9

Элементы орбит некоторых двойных звезд

Название	Период T (годы)	Эпоха прохождения периаstra t	Долгота периаstra ω (градусы)	Эксцентриситет e	Большая полуось орбиты a (сек. дуги)	Наклонение орбиты i (градусы)	Позиционный угол восходящего узла Ω (градусы)
η Северной Короны	41,623	1934,008	219,907	0,2763	0,907	59,025	23,717
γ Девы	171,37	1836,433	252,88	0,8808	3,746	146,05	31,78
η Кассиопеи	480	1889,6	268,59	0,497	11,9939	34,76	278,42
ζ Ориона	1508,6	2070,6	47,3	0,07	2,728	72,0	155,5
α Большого Пса (Сириус)	50,09	1894,13	147,27	0,5923	7,500	136,53	44,57
δ Близнецов	1200	1437	57,19	0,1100	6,9753	63,28	18,38
α Близнецов (Кастор)	420,07	1965,3	261,43	0,33	6,295	115,94	40,47
α Малого Пса (Процион)	40,65	1927,6	269,8	0,40	4,548	35,7	284,3
α Центавра	79,920	1955,56	231,560	0,516	17,583	79,240	204,868
α Скорпиона (Антарес)	900	1889,0	0,0	0,0	3,21	86,3	273,0

$$\rho = \frac{r \cos(v + \omega)}{\cos(\theta - \Omega)} \text{ градусов.}$$

Для примера вычислим конфигурацию двойной системы η Северной Короны в начале 1980 г.

Пример 59

Инструкция	Результат
1. Определим число лет после прохождения периаstra	$Y = 1980,0 - 1934,008 = 45,992$ лет
2. Найдем $M = 360 Y/T$. Вычитать 360, пока результат не будет заключен в пределах $0-360^\circ$	$M = 397,787762^\circ = 37,787762^\circ$
3. Перейти к радианной мере, умножив на $\pi/180$ ($\pi = 3,1415927...$)	$M = 0,659521$ рад
4. Решим уравнение Кеплера $E = e \sin E = M$ методом, описанным в § 57	Первое приближение: $E_0 = 0,86$ рад Решение: $E = 0,870858$ рад
5. Найдем $v = 2 \arctg \left[\left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{1/2} \cdot \lg \frac{E}{2} \right]$ (все углы в радианах)	$v = 1,106803$ рад
6. Умножим на $180/\pi$, чтобы перейти к градусной мере ($\pi = 3,1415927...$)	$v = 63,415137^\circ$
7. Найдем $r = a(1 - e \cos E)$, помня, что E выражено в радианах	$r = 0,745568''$
8. Вычислим $y = \sin(v + \omega) \cos i$	$y = -0,500814$
9. Вычислим $x = \cos(v + \omega)$	$x = 0,230426$
10. Найдем $\arctg(y/x)$. Устранить, пользуясь рис. 10, неопределенность. Прибавлять или отнимать 180 или 360, пока результат не окажется в верном квадранте	$= -65,292744 + 360 = 294,707256^\circ$
11. Прибавим Ω , чтобы найти θ . Если результат отрицателен, прибавить 360, если превышает 360, отнять 360	$\theta = 318,424^\circ$
12. Найдем $\rho = \frac{r \cos(v + \omega)}{\cos(\theta - \Omega)}$	$\rho = 0,411''$

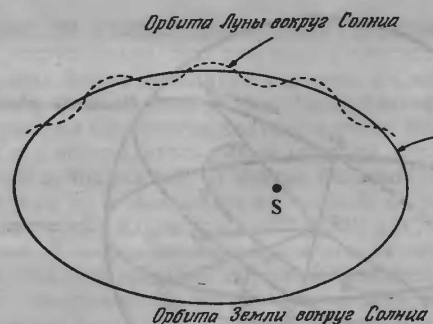


Рис. 32. Лунная орбита (масштаб не соответствует действительности).

Из всех небесных тел, видимых ночью с Земли, наиболее эффектной выглядит Луна. Она значительно превосходит по блеску даже самые яркие планеты; она движется настолько быстро, что можно заметить ее перемещение относительно звезд; наконец, на диске Луны можно наблюдать огромное число интересных деталей. Однако предсказание движения Луны оказывается самым сложным; именно по этой причине мы не рассматривали его ранее. Луна, конечно, движется по околоземной орбите, однако Солнце и другие планеты Солнечной системы возмущают эту орбиту столь сильно, что для точного расчета положения Луны требуется вносить много поправок.

В нескольких следующих ниже параграфах мы используем простой метод для нахождения положения Луны. Этот метод учитывает только основные возмущения орбиты, однако дает результаты с точностью, достаточной для большинства задач. Мы также покажем, как рассчитать моменты захода и восхода Луны, фазы Луны и обстоятельства лунных и солнечных затмений. Вычисления оказываются довольно длинными, однако вы почувствуете истинное удовлетворение, когда точно предскажете, например, лунное затмение.

§ 60. Орбита Луны

Для земного наблюдателя Луна, двигаясь по околоземной орбите, делает полный оборот по отношению к звездам фона за 27,3217 сут. Этот период называется *сидерическим месяцем*. За это время Земля передвигается по своей орбите, вследствие чего меняется по отношению к звездам и положение Солнца. Следовательно, Луна должна пройти

дополнительное расстояние по своей орбите, чтобы снова занять прежнее положение относительно Солнца. Промежуток времени, который необходим Луне для возвращения на прежнее место относительно Солнца, называется *синодическим месяцем* и равен 29,5306 сут. Движение Луны по орбите вокруг Солнца является *прямым*; иными словами, оно происходит в том же направлении, что и у всех других планет.

Воображаемый наблюдатель, который смотрит на Солнечную систему с очень большого расстояния, отнюдь не увидит, как Луна проделывает в космосе петли вокруг Земли. Более того, ему наверняка покажется, что Луна находится на окосолнечной орбите, как и Земля, а влияние Земли заставляет лунную орбиту немного извиваться по мере того, как изменяются относительные положения Земли и Луны (рис. 32). Это происходит потому, что сила тяготения Солнца действует на Луну намного сильнее, чем сила тяготения Земли, несмотря на то что последняя ближе. Не удивительно, что лунную орбиту так трудно рассчитать. Она определяется притяжением сразу двух тел, а не одного, причем эти два тела сами обращаются по орбите друг относительно друга.

Чтобы перейти к вычислениям, представим себе, что и Солнце, и Луна движутся по орбите вокруг Земли. В § 42 мы таким способом уже вычислили положение

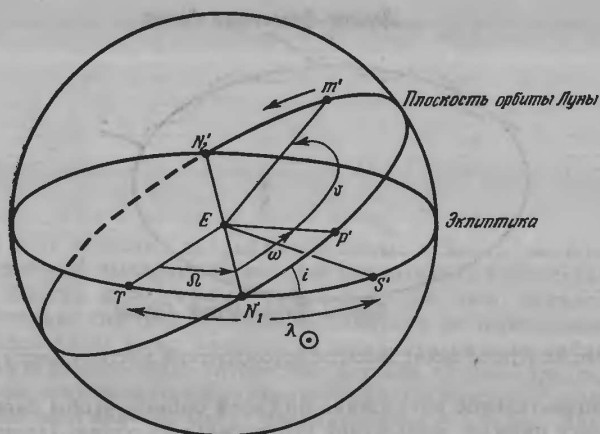


Рис. 33. Определение элементов орбиты Луны.

Солнца. Эти расчеты нам понадобятся в последующих параграфах для того, чтобы найти некоторые поправки к лунной орбите.

Можно выделить три основных эффекта солнечных возмущений на видимую лунную орбиту вокруг Земли. Первый из них называется *эвекцией* и состоит в том, что видимая величина эксцентриситета лунной орбиты немного изменяется. Второй эффект обусловлен изменением расстояния между Землей и Солнцем по мере того, как Земля движется по эллипсу вокруг Солнца. Эта поправка называется *годи́чным уравнением*. Третий эффект возникает из-за движения Луны в гравитационном поле Солнца. Когда Луна находится по ту же сторону от Земли, что и Солнце, притяжение Солнца немного больше, чем когда Луна находится по другую сторону от Земли. Соответствующая поправка называется *вариацией*.

Все эти поправки вместе с обычной поправкой, называемой *уравнением центра*, могут составлять до 9° для средней аномалии Луны, поэтому их учет очень важен. Мы рассмотрим в общей сложности 6 поправок, чтобы определить положение Луны с точностью до $1/5^\circ$.

На рис. 33 изображено видимое движение Луны и Солнца вокруг Земли. Эта диаграмма похожа на рис. 21, только здесь Земля находится в центре, а Солнце и Луна описывают эллипсы вокруг нее. Представьте опять, что вы смотрите на Солнечную систему с очень большого расстояния и перемещаетесь таким образом, что Земля кажется вам неподвижной. В центре большой сферы находится Земля E , а плоскости солнечной и лунной орбит пересекают сферу вдоль кругов $\mathcal{T}N_1'SN_2$ и $N_1'P'm'N_2$ соответственно. S' — это проекция Солнца на сферу, а долгота Солнца, измеряемая от точки весеннего равноденствия $\mathcal{T}$, обозначается $\lambda_\odot$. Лунная орбита наклонена к эклиптике под углом i ; N_1' и N_2' — это проекции восходящего и нисходящего узлов, P' — проекция лунного перигея, а m' — проекция текущего положения Луны. Долгота восходящего узла обозначается $\mathcal{O}$, долгота перигея — $\mathcal{O} + \omega$, истинная аномалия Луны — v .

Возмущения, о которых мы упоминали выше, приводят к двум основным следствиям. Первое состоит в том, что перигей лунной орбиты в отличие от почти неподвижных перигелиев орбит планет движется в прямом направлении, совершая полный оборот за 8,85 года. Второе заключается в том, что линия узлов $N_1'N_2'$ движется назад (в обратном направлении) вдоль эклиптики, совершая полный оборот за 18,61 года. Таким образом, появляется еще один месяц, который можно определить как время, которое требуется Луне для возвращения на прежнее место в свой восходящий узел $\mathcal{O}$. Это *драконический месяц*, равный 27,2122 сут.

§ 61. Вычисление положения Луны

Этапы нахождения положения Луны в основном те же, что и при вычислении положений планет, за исключением того, что 1) поправки должны вводиться на каждом этапе и 2) долгота восходящего узла и долгота перигея не могут рассматриваться как постоянные величины. Сначала определим среднюю аномалию Луны M_m , которая относится к положению воображаемой Луны, равномерно движущейся вокруг Земли. Затем определим долготу и, отнеся ее к плоскости эклиптики, найдем геоцентрические

эклиптические координаты λ_m и β_m . После этого перейдем к прямому восхождению и склонению, используя метод § 27.

Вновь выберем эпоху 0,0 января 1980 в качестве начальной точки отсчета. Определим число суток D , прошедших до интересующего нас момента, выражая время в долях суток. Для некоторого повышения точности следует использовать эфемеридное время ET, а не мировое время UT (§ 16). После этого находим:

- а) эклиптическую долготу Солнца $\lambda_\odot$ и его среднюю аномалию $M_\odot$ при помощи метода § 42;

- б) среднюю долготу Луны l по формуле

$$l = 13,176396 D + l_0;$$

- в) среднюю аномалию Луны M по формуле

$$M_m = -0,1114041 D - P_0;$$

- г) среднюю долготу восходящего узла N по формуле

$$N = N_0 - 0,0529539 D;$$

Здесь l_0 , P_0 и N_0 — средние долготы в начальную эпоху.

Теперь вычисляем поправки за эвекцию E_v , годичное уравнение A_e и третью поправку A_3 :

$$E_v = 1,2739 \sin(2C - M_m),$$

$$A_e = 0,1858 \sin M_\odot,$$

$$A_3 = 0,37 \sin M_\odot,$$

где $C = l - \lambda_\odot$. При помощи этих поправок найдем исправленную среднюю аномалию Луны M'_m :

$$M'_m = M_m + E_v - A_e - A_3.$$

После этого находим поправку за уравнение центра

$$E_c = 6,2886 \sin M'_m.$$

Отсюда определим следующую поправку:

$$A_4 = 0,214 \sin 2M'_m.$$

Теперь можно найти величину исправленной долготы Луны l' по формуле

$$l' = l + E_v + E_c - A_e + A_4.$$

Последняя поправка, добавляемая к долготе Луны, — это вариация V :

$$V = 0,6583 \sin 2(l' - \lambda_\odot).$$

Таким образом, истинная орбитальная долгота Луны l'' равна

$$l'' = l' + V.$$

Переходя от орбитальной долготы к эклиптическим координатам, вычисляем эклиптическую широту β_m и долготу λ_m :

$$\lambda_m = \arctg \left[\frac{\sin(l'' - N') \cos i}{\cos(l'' - N')} \right] + N',$$

$$\beta_m = \arcsin [\sin(l'' - N') \sin i],$$

где N' — исправленная долгота восходящего узла, которая дается формулой

$$N' = N - 0,16 \sin M_\odot.$$

Это действительно очень длинные вычисления! Проиллюстрируем их на примере: каково было положение Луны 26 февраля 1979 г. в 16 ч 00 мин UT? Величины l_0 , P_0 , N_0 и другие параметры лунной орбиты приведены в табл. 10.

Таблица 10

Элементы лунной орбиты на эпоху 1980,0

Средняя долгота Луны в эпоху	$l_0 = 64,975464^\circ$
Средняя долгота перигея в эпоху	$P_0 = 349,383063^\circ$
Средняя долгота восходящего узла	$N_0 = 151,950429^\circ$
Наклонение лунной орбиты	$i = 5,145396^\circ$
Эксцентриситет лунной орбиты	$e = 0,054900$
Угловой размер Луны на расстоянии a от Земли	$\theta = 0,5181^\circ$
Большая полуось орбиты Луны	$a = 384401 \text{ км}$
Параллакс на расстоянии a от Земли	$\pi = 0,9507^\circ$

Инструкция	Результат
1. Находим число дней, прошедших с января 0,0 (§3). Не забудьте выразить часы, минуты и секунды в долях суток	16 ч 00 мин UT = 16 ч 00 мин 50 с ET (§16) = 16,013889 ч + 24 = 0,667245 сут + 57 d = 57,667245 сут - 365,0
2. Добавляем 365 дней за каждый год начиная с 1980 плюс один день за каждый високосный год (см. табл. 2). Общее число дней равно D	D = -307,332755 сут
3. Находим λ_0 и M_0 по методу § 42	$\lambda_0 = 337,448134^\circ$ $M_0 = 53,315427^\circ$ $l = 335,437196^\circ$
4. Находим $l = 13,176396D + l_0$. Приводим результат в интервал от 0 до 360° , добавляя или вычитая 360 нужное число раз	
5. Находим $M_m = l - 0,111404 - P_0$. Приводим результат в интервал от 0 до 360°	$M_m = 20,292231^\circ$
6. Находим $N = N_0 - 0,0529539D$ и приводим в интервал от 0 до 360°	$N = 168,224897^\circ$
7. Вычисляем $E_v = 1,2739 \sin(2C - M_m)$, где $C = l - \lambda_0$	$E_v = -0,524514^\circ$
8. Находим $A_e = 0,1858 \sin M_0$ и $A_3 = 0,37 \sin M_0$	$A_e = 0,149000^\circ$ $A_3 = 0,296717^\circ$
9. Находим исправленное значение средней аномалии $M_m' = M_m + E_v - A_e - A_3$	$M_m' = 19,322001^\circ$
10. Вычисляем $E_c = 6,2886 \sin M_m'$	$E_c = 2,080752^\circ$
11. Вычисляем $A_4 = 0,214 \sin 2M_m'$	$A_4 = 0,133639^\circ$
12. Находим $l' = l + E_v + E_c - A_e + A_4$	$l' = 336,978073^\circ$
13. Находим $V = 0,6583 \sin 2(l' - \lambda_0)$	$V = -0,010801^\circ$
14. Отсюда находим истинную долготу $l'' = l' + V$	$l'' = 336,967272^\circ$
15. Находим $N' = N - 0,16 \sin M_0$	$N' = 168,096587^\circ$
16. Находим $y = \sin(l'' - N') \cos i$	$y = 0,192246$
17. Находим $x = \cos(l'' - N')$	$x = -0,981194$
18. Вычисляем $\arctg(y/x)$. Устраняем неопределенность с помощью рис. 10, добавляя или вычитая 180 или 360, чтобы результат попадал в правильный квадрант, если он не находился там сразу	$\arctg(y/x) = -11,085570^\circ$ + 180 = $168,914430^\circ$

Инструкция	Результат
19. Добавляем N' и находим λ_m	$\lambda_m = 337,011006^\circ$
20. Находим $\beta_m = \arcsin[\sin(l'' - N') \sin i]$	$\beta_m = 0,991900^\circ$
21. Переводим в прямое восхождение и склонение при помощи методов, описанных в § 27	$\alpha_m = 22 \text{ ч } 33 \text{ мин } 27 \text{ с}$ $\delta_m = -8^\circ 01' 01''$

Астрономический ежегодник дает следующие видимые координаты Луны на 16 ч 00 мин ET: $\alpha = 22 \text{ ч } 33 \text{ мин } 29 \text{ с}$ и $\delta = -8^\circ 02' 42''$. Мы можем ожидать ошибки не более $1/5^\circ$ в эклиптических координатах, как показано на рис. 34, где разность Δ между λ_m , вычисленной при помощи нашего метода, и той, которая приведена в Астрономическом ежегоднике, представлена в функции даты для начала 1979 г

§ 62. Часовое движение Луны

Вычисления, которые приходится проделывать для определения положения Луны, очень длинны и требуют большого внимания, чтобы не допускать ошибок. Может оказаться, что вам потребуется знать положение Луны в

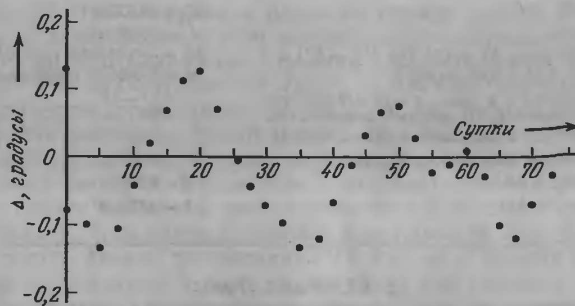


Рис. 34. Разница $\Delta = \lambda_m(DS) - \lambda_m(AE)$ между эклиптическими координатами Луны, вычисленными нашим методом $[\lambda_m(DS)]$, и приведенными в Астрономическом ежегоднике $[\lambda_m(AE)]$, для начала 1979 г.

разные моменты времени в течение одних суток, и, вместо того чтобы повторять вычисления многократно, лучше провести их один раз, а затем экстраполировать на остальные моменты времени, используя значения часовых перемещений Луны по эклиптическим координатам. Эти перемещения описываются формулами:

$$\Delta\beta = 0,05 \cos (l'' - N') \text{ градус/час,}$$

$$\Delta\lambda = 0,55 + 0,06 \cos M'_m \text{ градус/час,}$$

где $\Delta\beta$ — смещение по широте, а $\Delta\lambda$ — смещение по долготе. Зная положение λ_0, β_0 Луны в момент времени t_0 , легко найти положение через t ч:

$$\beta = \beta_0 + \Delta\beta t, \quad \lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda t.$$

Продолжая предыдущий пример, найдем эклиптические координаты Луны в 17 ч 00 мин UT 26 февраля 1979 г.

Пример 62

Инструкция	Результат
1. Выписываем $\lambda_0, l'_0, \beta_0, N', M'_m, t_0$ (§ 61)	$\lambda_0 = 337,011006^\circ$ $l'_0 = 336,967272^\circ$ $\beta_0 = 0,991990^\circ$ $N' = 168,096587^\circ$ $M'_m = 19,322001^\circ$ $t_0 = 16,00 \text{ ч}$
2. Вычисляем $\Delta\beta = 0,05 \cos (l'_0 - N')$ и $\Delta\lambda = 0,55 + 0,06 \cos M'_m$	$\Delta\beta = -0,049060 \text{ градус/час}$ $\Delta\lambda = 0,606620 \text{ градус/час}$
3. Находим t в часах: t — новый момент времени — t_0 . Не забудьте выразить оба значения в десятичных долях часа (§ 7)	$t = 17 - 16 = 1 \text{ ч}$
4. Находим новые координаты: $\beta = \beta_0 + \Delta\beta t,$ $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda t$	$\beta = 0,943^\circ$ $\lambda = 337,618^\circ$

§ 63. Фазы Луны

Относительное положение Солнца и Луны, наблюдаемое с Земли, в течение месяца изменяется. Полушарие Луны, обращенное к Солнцу, всегда ярко освещено, однако мы на

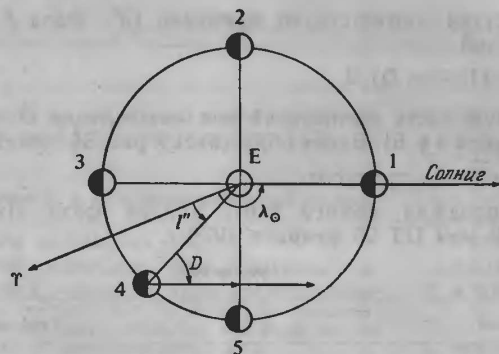


Рис. 35. Фазы Луны.

Земле видим только то полушарие, которое обращено к нам. Если только Луна не находится, как во время полнолуния, в противостоянии с Солнцем, то полушарие, обращенное к нам, освещено не полностью, а содержит и темную, и светлую части, причем мы видим только освещенный сегмент диска. Площадь этого сегмента, выраженная в долях площади диска, называется *фазой*.

Изменения фазы с положением Луны представлены на рис. 35, где показана в плане ее орбита вокруг Земли. Луна изображена в пяти положениях, пронумерованных от 1 до 5. В положении 1 темная часть обращена к нам так, что, если только на Луну не попадет достаточное количество отраженного Землей света, она вообще не видна. Это *новолуние*. Через неделю Луна достигает положения 2, и говорят, что она находится *в квадратуре*. Это *первая четверть*. Положение 3 называется *полнолунием*; на орбите это точка противостояния с Солнцем. В положении 5 Луна опять находится в квадратуре. Это *третья четверть*. Между положениями 3 и 5 Луна освещена более чем на половину и говорят, что Луна «на ущербе». На рис. 35 угол D называется *возрастом Луны*, он изменяется от 0 до 360° по мере того, как Луна совершает оборот по своей орбите. Иногда этот угол измеряется сутками;

одни сутки соответствуют примерно 13° . Фаза F дается формулой

$$F = (1 - \cos D) / 2.$$

Большую часть вычислений для нахождения D мы уже проделали в § 61. Вновь обращаясь к рис. 35, заметим, что

$$D = l'' - \lambda_\odot \text{ градусов.}$$

Продолжая пример § 61, найдем фазу Луны на 16 ч 00 мин UT 26 февраля 1979 г.

Пример 63

Инструкция	Результат
1. Находим значения $\lambda_\odot$ и l'' , используя метод § 61	$\lambda_\odot = 336,448134^\circ$ $l'' = 336,967272^\circ$
2. Находим $D = l'' - \lambda_\odot$	$D = -0,480862^\circ$
3. Вычисляем $F = (1 - \cos D) / 2$	$F = 0,0$

Мы видим, что фаза близка к новолунию; это также близко к моменту полного солнечного затмения, которое мы рассчитаем в § 70.

§ 64. Позиционный угол светлого лимба Луны

В § 55 мы узнали, как вычисляется позиционный угол χ лимба планеты. Величина χ измеряется углом, отсчитываемым от северной точки диска на восток до направления на среднюю точку освещенного края (см. рис. 27). То же определение можно ввести и для Луны. Угол χ вычисляется по формуле

$$\chi = \arctg \left[\frac{\cos \delta_\odot \sin(\alpha_\odot - \alpha_m)}{\cos \delta_m \sin \delta_\odot - \sin \delta_\odot \cos \delta_\odot \cos(\alpha_\odot - \alpha_m)} \right],$$

где $\alpha_\odot$, $\delta_\odot$ и α_m , δ_m — экваториальные координаты Солнца и Луны соответственно.

Рассмотрим пример: чему был равен позиционный угол светлого лимба Луны 19 мая 1979 г.? Координаты Солнца и Луны на этот день: $\alpha_\odot = 03 \text{ ч } 40 \text{ мин } 38 \text{ с}$, $\delta_\odot = 19^\circ 35' 16''$; $\alpha_m = 21 \text{ ч } 56 \text{ мин } 32 \text{ с}$ и $\delta_m = -10^\circ 57' 08''$. (Все эти величины

Пример 64

Инструкция	Результат
1. Переводим $\alpha_\odot$ и α_m сначала в часы и десятичные доли часа (§ 7), а затем в градусы (§ 22)	$\alpha_\odot = 3,677222 \text{ ч}$ $= 55,158333^\circ$ $\alpha_m = 21,942222 \text{ ч}$ $= 329,133333^\circ$
2. Выражаем $\delta_\odot$ и δ_m в десятичных долях градуса (§ 21)	$\delta_\odot = 19,587778^\circ$ $\delta_m = -10,952222^\circ$
3. Находим $y = \cos \delta_\odot \sin(\alpha_\odot - \alpha_m)$	$y = 0,939863$
4. Находим $x = \cos \delta_m \sin \delta_\odot - \sin \delta_m \cos \delta_\odot \cos(\alpha_\odot - \alpha_m)$	$x = 0,341553$
5. Находим $\chi' = \arctg(y/x)$. Устраняем неопределенность с помощью рис. 10. Если χ не находится в нужном квадранте, добавляем или вычитаем 180 или 360° . В противном случае $\chi = \chi'$	$\chi' = 70,028516^\circ$ $\chi = 70,03^\circ$

могут быть вычислены методами, изложенными в § 42 и 61.)

§ 65. Расстояние до Луны, ее угловой размер и горизонтальный параллакс

В течение одного оборота по орбите Луна оказывается на различных расстояниях от Земли. Точка наибольшего сближения (перигей) удалена от Земли приблизительно на 356 000 км, а самая далекая точка (апогей) — на 407 000 км. Расстояние в остальных точках мы можем легко рассчитать по следующей формуле:

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(M'_m + E_c)},$$

где M'_m — исправленная средняя аномалия, E_c — поправка за уравнение центра (определенная в § 61), e — эксцентриситет и a — большая полуось орбиты Луны. Обычно мы выражаем расстояние в долях большой полуоси a :

$$\rho' = \frac{\rho}{a} = \frac{1 - e^2}{1 + e \cos(M'_m + E_c)}.$$

Единицы, в которых измеряются a и ρ , должны быть одинаковыми. Например, если a выражено в километрах, то и ρ должно быть выражено в километрах. Видимый угловой

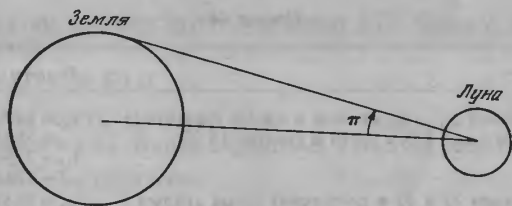


Рис. 36. Параллакс Луны.

диаметр Луны θ выражается непосредственно через величину ρ' по формуле

$$\theta = \theta_0 / \rho',$$

где θ_0 — видимый угловой диаметр Луны на расстоянии a от Земли. Значение θ_0 приведено в табл. 10.

Горизонтальный параллакс Луны определяется как угол, под которым с Луны виден радиус Земли. На рис. 36 он обозначен символом π (не путайте его с математической постоянной 3,1415927!). Формула имеет вид

$$\pi = \pi_0 / \rho',$$

где π_0 горизонтальный параллакс Луны на расстоянии a от Земли (см. табл. 10).

Для примера вычислим значения ρ' , θ и π 6 сентября 1979 г. в 0 ч. УТ.

Пример 65

Инструкция	Результат
1. Находим M'_m , E_c при помощи методов § 61	$M'_m = -359,735278^\circ$ $E_c = 0,029055^\circ$
2. Вычислим $\rho' = \frac{1-e^2}{1+e \cos(M'_m + E_c)}$ (значение e приведено в табл. 10)	$\rho' = 0,945101$
3. Находим $\theta = \theta_0 / \rho'$	$\theta = 0,548^\circ$ $= 0^\circ 32' 54''$
4. Находим $\pi = \pi_0 / \rho'$	$\pi = 1,005925^\circ$ $= 1^\circ 00' 21''$

§ 66. Восход и заход Луны

В § 32 мы узнали, как вычислять моменты восхода и захода звезды с данными экваториальными координатами. Этот же метод можно применить для определения моментов восхода и захода Луны, однако задача усложняется по двум причинам. Во-первых, Луна быстро движется относительно звезд, и, следовательно, ее прямое восхождение и склонение непрерывно изменяются. Например, чтобы вычислить момент захода, нам нужны координаты Луны; однако, чтобы найти эти координаты, требуется знать время захода. Круг замыкается.

Один из путей преодоления этой трудности — нахождение координат Луны в два различных момента времени для одного и того же дня, с последующей интерполяцией для нахождения искомого времени. Именно этим методом мы и воспользуемся.

Вторая сложность, связанная с Луной, состоит в том, что она (по астрономическим масштабам, разумеется) расположена очень близко к Земле. Дело в том, что координаты, которые мы вычисляем, относятся к центру Земли. Однако при наблюдениях с поверхности Земли видимые координаты немного изменяются. Этот эффект называется *параллаксом* (см. § 35). В случае Луны величина параллакса может достигать 1° . Можно рассчитать поправку за эффект параллакса по методу, изложенному в § 36. Добавив к этому поправки за атмосферную рефракцию и конечные размеры лунного диска (приводимые моменты относятся к верхнему краю диска), мы сможем найти моменты восхода и захода с точностью до нескольких минут.

Рассчитаем сначала прямое восхождение α_1 и склонение δ_1 Луны в полночь, предшествующую интересующему нас дню, с помощью метода § 61. Затем используем значение часового перемещения Луны по широте и долготе (§ 62) для нахождения α_2 и δ_2 — координат Луны через 12 ч (в полдень интересующего нас дня). После этого нужно в обе пары координат внести поправку за параллаксы (§ 36). Значение r может быть найдено при помощи величины ρ' (вычисленной в § 65) следующим образом:

$$r = 60,286322 \rho'$$

Исправленные наборы координат α_1, δ_1 и α_2, δ_2 уже можно использовать для нахождения местных звездных времен восхода и захода, выводимых на основе точных положений Луны в полночь (ST1) и в полдень (ST2). Затем с помощью интерполяционной формулы можно улучшить определение моментов по звездному времени захода и восхода Луны:

$$T = \frac{12,03 \times ST1}{12,03 + ST1 - ST2} \text{ часов.}$$

Наконец, внесем поправку за рефракцию и конечные размеры лунного диска точно так же, как мы делали это для Солнца в § 45.

Поясним все сказанное на примере. Чему равнялись моменты восхода и захода Луны 6 сентября 1979 г. при наблюдениях в месте с координатами 0° долготы и 52° северной широты?

Пример 66

Инструкция	Результат
1. Вычисляем прямое восхождение и склонение Луны в полночь (§ 61)	$\lambda_1 = 336,292039^\circ$ $\beta_1 = 0,174853^\circ$ $\alpha_1 = 22,532709^\circ$ $\delta_1 = -9,041689^\circ$
2. Находим координаты Луны через 12 ч (§ 62)	$\lambda_2 = 343,612031^\circ$ $\beta_2 = -0,424799^\circ$ $\alpha_2 = 23,004309^\circ$ $\delta_2 = -0,836710^\circ$
3. Вносим поправку за параллакс. Используя § 35, находим $\rho \cos \phi'$ и $\rho \sin \phi'$. Затем, как указано в § 65, находим ρ' и $r = 60,268322\rho'$. Вычисляем приближенное значение часового угла восхода или захода по формуле $H = \arccos(-\lg \phi' \lg \delta')$ (δ' — среднее арифметическое из δ_1 и δ_2) и вводим поправку за параллакс (см. § 36)	$\rho \cos \phi' = 0,616945$ $\rho \sin \phi' = 0,784367$ $r = 56,959651$ радиуса Земли $\delta' = (\delta_1 + \delta_2)/2 = -7,939^\circ$ $H = 79,718^\circ$ $\Delta = 0,617711^\circ$ $\Delta = 0,041181^\circ$ $\alpha'_1 = 22,491528^\circ$ $\alpha'_2 = 22,963128^\circ$ $\delta'_1 = -9,839231^\circ$ $\delta'_2 = -7,631825^\circ$
4. С помощью метода § 32 находим местные звездные времена восхода и захода, определяемые двумя наборами исправленных координат	$ST1_+ = 17,346579^\circ$ $ST2_+ = 17,621481^\circ$ $ST1_- = 3,636477^\circ$ $ST2_- = 4,304775^\circ$

Инструкция	Результат
5. С помощью интерполяционной формулы находим наилучшее приближение для ST_+ и ST_-	$T_+ = 17,752242^\circ$ $T_- = 3,850375^\circ$ $T = \frac{12,03 \times ST1}{12,03 + ST1 - ST2}$
6. Вычисляем поправку Δt , учитывая рефракцию и конечные размеры лунного диска (§ 32). $R = 34'$ на горизонте (§ 34); θ можно найти из § 65. Следует использовать среднее значение склонения $[\delta'' = (\delta'_1 + \delta'_2)/2]$	$\delta'' = -8,735528^\circ$ $\psi = 37,130849^\circ$ $\theta = 0,548^\circ$ $R = 34' = 0,567^\circ$ $x = R + (\theta/2) = 0,841^\circ$ $y = 1,393308^\circ$ $\Delta t = 338,3^\circ$
7. Выражаем Δt в долях часа, делим на 3600, результат добавляем к T_+ и вычитаем из T_-	$\Delta t = 0,094^\circ$ $T_+ = 17,658265^\circ$ $T_- = 3,944352^\circ$
8. Наконец, переходим к GMT (§ 13). Заметьте, что в нашем случае долгота равна нулю и, следовательно, переход от LST к GST не требуется (§ 15)	$GMT_+ = 18 \text{ ч } 38 \text{ мин}$ $GMT_- = 04 \text{ ч } 58 \text{ мин}$

Астрономический ежегодник дает 18 ч 46 мин для времени восхода Луны и 05 ч 02 мин для времени захода. Мы можем улучшить наш результат, вычислив более точно поправку за параллакс с помощью точных значений H и δ вместо приближений, использованных в примере, и получив с помощью итераций на основе новых координат более точные значения ST_+ и ST_- . Не забывайте каждый раз точно учитывать поправки за параллакс, рефракцию и конечные размеры диска Луны.

§ 67. Затмения

И Земля, и Луна отбрасывают в пространстве длинные тени. Тень от Земли лежит точно в плоскости эклиптики и направлена от Солнца. Лунная тень в зависимости от положения Луны может лежать как выше, так и ниже эклиптики (рис. 37). Тени существуют всегда, однако мы обычно не осознаем их присутствия, поскольку с Земли они, как правило, не видны. Изредка одно из этих тел проходит через тень другого, и тогда мы наблюдаем затмения.

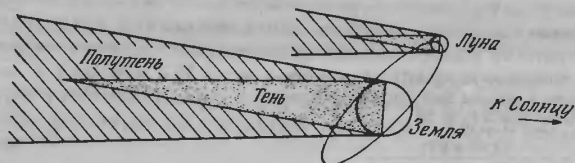


Рис. 37. Тени, отбрасываемые Луной и Землей.

Если Луна проходит через тень Земли, то затмение называется *лунным*, а если тень Луны задевает Землю, то *солнечным*, потому что Солнце наблюдается как частично или целиком закрытое.

Затмение Луны может произойти только в полнолуние, а затмение Солнца — в новолуние. Однако затмения происходят не в каждое новолуние или полнолуние, поскольку орбита Луны не лежит в плоскости эклиптики. Затмение возможно лишь тогда, когда Луна находится вблизи одного из узлов своей орбиты.

Лунное затмение начинается с *полутеневой фазы*, которая наступает при вступлении Луны в полутень Земли. Диск Луны становится при этом более тусклым. Вы можете даже не обратить внимание на это, если только не наблюдаете специально. Когда Луна входит в тень, сначала наступает *фаза частного затмения*, а затем и *полная фаза*, как только весь лунный диск окажется в тени и солнечный свет перестанет освещать его. В этот момент Луна освещается только светом, преломленным в атмосфере Земли. Это придает Луне медный оттенок. Земная тень простирается далеко за орбиту Луны, поэтому, при прочих благоприятных условиях, всегда существует возможность наблюдать полное лунное затмение (рис. 38, а).

Солнечное затмение начинается с *частной фазы* в тот момент, когда Земля входит в полутень Луны. Мы видим, как на солнечном диске появляется полукруглый дефект, напоминающий след от укуса. Этот дефект увеличивается с течением времени. Если вы находитесь в удачно выбранном месте, то, возможно, вы увидите, как на короткое время Луна закроет Солнце целиком. В этот момент затмение становится *полным*.

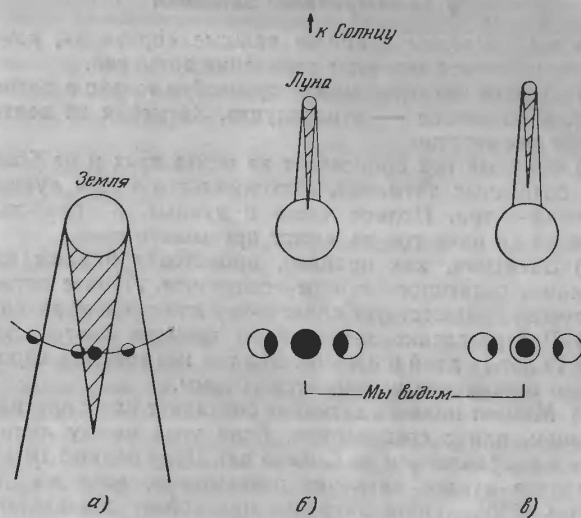


Рис. 38. а — лунное затмение; б — полное солнечное затмение; в — кольцевое солнечное затмение.

Так как Луна намного меньше Земли, то и ее тень намного короче и лишь при благоприятных условиях достигает Земли (рис. 38, б). Конец тени покрывает лишь небольшую область на поверхности Земли, и это пятно перемещается по мере того, как изменяется относительное положение Земли и Луны. Ни при каких обстоятельствах лунная тень не покрывает Землю целиком. Следовательно, полное затмение можно наблюдать лишь в узкой полосе земной поверхности.

Но иногда тень вообще не достигает Земли (см. рис. 38, в). В этом случае может произойти *кольцевое затмение*, при котором в максимальной фазе Луна затмевает не весь диск Солнца, а оставляет видимым кольцо по краю диска.

§ 68. «Правила» затмений

Здесь мы приводим наиболее важные «правила», которым подчиняются моменты появления затмений.

а) Лунное затмение может произойти только в полнолуние, а солнечное — в новолуние. Затмения не повторяются ежемесячно.

б) Каждый год происходит не менее двух и не более пяти солнечных затмений. Максимальное число лунных затмений — три. Полное число и лунных, и солнечных затмений за один год не может превышать семь.

в) Затмения, как правило, происходят парами или тройками: солнечное—лунное—солнечное. Лунное затмение всегда предшествует солнечному или следует за ним.

г) Распределение затмений во времени повторяется через 18 лет 11 дней и 8 часов. Это так называемый *сарос*. Однако повторение не является точным.

д) Момент полного затмения совпадает или с противостоянием, или с соединением. Если угол между линией узлов и направлением на Солнце или Луну больше $12^{\circ}15'$, то полное лунное затмение невозможно, если же он меньше $9^{\circ}30'$, лунное затмение произойдет обязательно. Солнечного затмения заведомо не будет, если величина соответствующего угла больше $18^{\circ}31'$. Если она меньше $15^{\circ}31'$, затмение произойдет обязательно.

е) В лунном затмении полная фаза длится не более 1 ч 40 мин, а теневая фаза (т. е. частное—полное—частное) не более 3 ч 40 мин. Максимальная длительность полного солнечного затмения (на экваторе) — 7 мин 40 с, а для кольцевого затмения эта величина равна 12 мин 24 с.

§ 69. Предвычисление лунного затмения

Перед тем как приступить к расчетам, остановимся на двух вопросах. Во-первых, действительно ли затмение может произойти? Если ответ положителен, то встает вопрос: сможем ли мы увидеть его? Мы можем рассчитать время затмения, но, если Луна еще не вошла или уже села, наблюдать затмение нам не удастся.

Для начала выделим время, в которое возможно появление лунного затмения. Из правила (а) мы знаем, что Луна должна быть полной, т. е. $\lambda_m - \lambda_{\odot} = 180^{\circ}$. Из

правила (д) получаем, что угол между направлением на Луну и линией узлов должен отличаться от 0 или 180° не более чем на $12^{\circ}15'$ в момент возможного затмения. Этот угол (используя обозначения § 61) равен $l'' - N'$.

Например, результаты вычислений для Луны на 10 ч 41 мин 6 сентября 1970 г. дают

$$\begin{aligned}\lambda_{\odot} &= 163,24^{\circ} & \lambda_m - \lambda_{\odot} &= 179,84^{\circ}, \\ \lambda_m &= 343,08^{\circ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}l'' &= 343,10^{\circ} & l'' - N' &= 184,89^{\circ}, \\ N' &= 158,21^{\circ}\end{aligned}$$

Мы видим, что разность $\lambda_m - \lambda_{\odot}$ очень близка к 180° , т. е. этот момент близок к полнолунию. Другая величина, $l'' - N' - 180 = 4,89$, очевидно, попадает в границу $12^{\circ}15'$. В самом деле, в этот день наблюдалось полное лунное затмение.

Увидим ли мы затмение? Ответ, очевидно, зависит от нашего местоположения на Земле. В § 66 мы вычислили моменты восхода и захода Луны в день затмения для наблюдателя, расположенного на Гринвичском меридиане и 52° с. ш. Мы получили, что восход Луны произойдет раньше 18 ч 38 мин UT, в то время как затмение в 10 ч 41 мин UT уже в разгаре. Следовательно, наш наблюдатель не увидит его. Для того чтобы рассчитать обстоятельства затмения, нам нужно знать положение Луны в определенный момент времени (близкий к полнолунию), ее часовое движение по долготе и широте, ее угловое расстояние от Солнца (угол $\lambda_m - \lambda_{\odot}$), ее угловой диаметр и угловой радиус земной тени на расстоянии орбиты Луны. Эта последняя величина выводится с достаточной точностью из следующих простых формул:

$$S_u = \text{радиус полутени} = \pi + 0,27^{\circ},$$

$$S_s = \text{радиус тени} = \pi - 0,27^{\circ},$$

где π — горизонтальный параллакс Луны (§ 65).

В качестве примера вычислим обстоятельства лунного затмения 6 сентября 1979 г.

Сначала вспомним все величины, которые нам уже известны на 10 час 00 мин ET 6 сентября 1979 г.

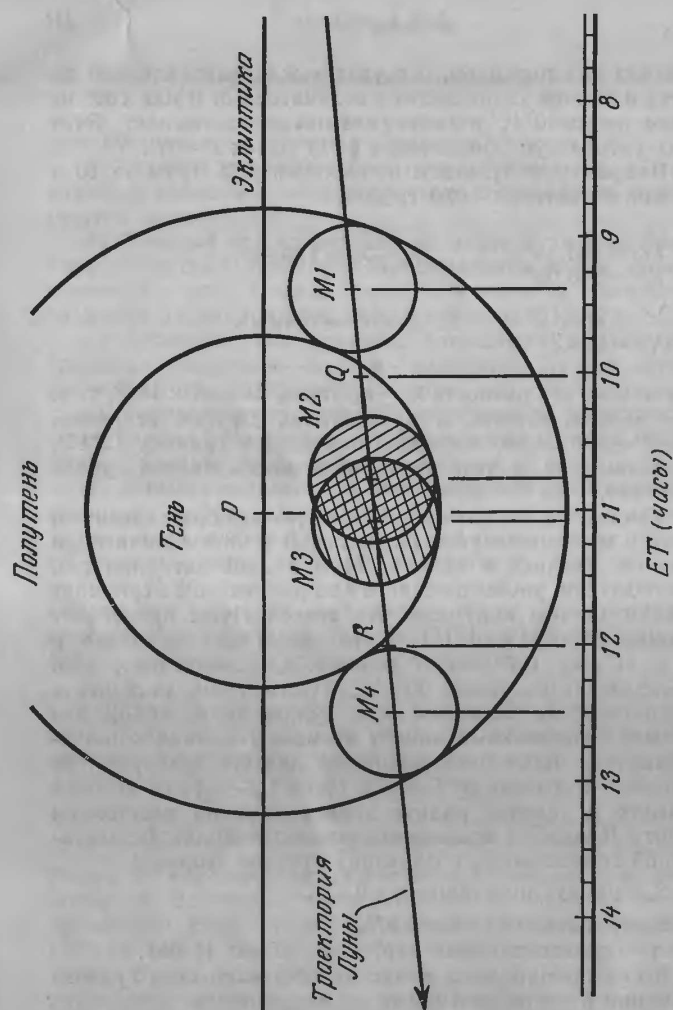


Рис. 39. Лунное затмение 6 сентября 1979 г. Масштаб: 1 ч = 2 см. GMT = ET - 50 с.

$$\begin{aligned}
 \lambda_m &= 342,643^\circ, \\
 \beta_m &= -0,398^\circ, \\
 \lambda_\odot &= 163,213^\circ, \\
 \Delta\lambda &= 0,610 \text{ градус/час}, \\
 \Delta\beta &= -0,050 \text{ градус/час}, \\
 \pi &= 1,006^\circ, \\
 S_p &= \pi + 0,27 = 1,276^\circ, \\
 S_u &= \pi - 0,27 = 0,736^\circ, \\
 \theta_m &= 0,548^\circ.
 \end{aligned}$$

Добавим к этому, что Солнце также смещается по долготы со скоростью $360/(365,2422 \times 24)$ градус/час = $= 0,041$ градус/час.

Рассчитаем теперь точку противостояния. Она соответствует моменту, когда $\lambda_m - \lambda_\odot = 180^\circ$. В 10 ч 00 мин ET этот угол был равен $342,643 - 163,213 = 179,430$, т. е. на $0,57^\circ$ меньше 180° . Луна движется со скоростью $0,610$ градус/час, а Солнце — $0,041$ градус/час. Следовательно, Луна догоняет Солнце со скоростью $0,610 - 0,041 = 0,569$ градус/час, так что это займет $0,57/0,569$ ч, т. е. почти один час. Противостояние (в эклиптических координатах) имело место в 11 ч 00 мин ET.

Теперь можно построить диаграмму затмения (рис. 39). Проведем горизонтальную прямую, изображающую плоскость эклиптики. Немного ниже проведем параллельную прямую и, выбрав подходящий масштаб (скажем, 1 час = 2 см), разметим ее в часах. Находим на шкале точку, соответствующую моменту противостояния, и отметим ее на прямой, изображающей эклиптику (точка P). Затем нарисуем окружности с центрами в точке P, изображающие тень и полутень. Их радиусы должны соответствовать угловым размерам этих теней. Например, мы уже нашли, что $S_p = 1,276^\circ$. Разница между часовым движением по долготы Солнца и Луны равняется $0,569$ градус/ч. В нашем масштабе (1 ч = 2 см) $0,569^\circ$ соответствует 2 см. Следовательно, масштабный коэффициент между градусами и сантиметрами равен $3,515$ (1 градус = $3,515$ см), и мы должны нарисовать для полутени круг с радиусом $1,276 \times 3,515 = 4,485$ см.

Теперь мы приготовили все для построения пути Луны через тень Земли. Сначала нанесем положение Q Луны

в 10 ч 00 мин ЕТ, для которого мы уже вычислили эклиптические координаты. Эта точка лежит на $0,398^\circ$ ниже эклиптики, что соответствует $0,398 \times 3,515 = 1,40$ см в масштабе нашей диаграммы. Затем вычислим координаты Луны в какой-нибудь другой момент, например через два часа, в 12 ч 00 мин ЕТ. Обозначим эту точку R . Широта Луны через два часа будет равна

$$\beta = \beta_0 + \Delta\beta t = -0,398 + (-0,050 \times 2) = -0,498^\circ.$$

Это соответствует 1,75 см в масштабе нашей диаграммы. Соединим точки Q и R прямой и получим траекторию движения Луны.

Теперь достаточно начертить окружность с центром в произвольной точке отрезка QR , чтобы изобразить Луну в промежуточной точке. Радиус этого круга должен соответствовать вычисленному угловому радиусу Луны $\theta/2$. В данном случае $\theta/2 = 0,274^\circ$, или 0,96 см в масштабе диаграммы. Отметим четыре промежуточных положения: M_1 — точка, где Луна начинает входить в тень; M_2 — начало полной фазы Луны; M_3 — ее конец и M_4 — точка, где Луна выходит из тени. Соответствующие времена можно найти по шкале внизу. В результате получаем:

Вычисления	Астрономический ежегодник
M_1 09 ч 21 мин	09 ч 19 мин
M_2 10 ч 44 мин	10 ч 32 мин
M_3 11 ч 03 мин	11 ч 18 мин
M_4 12 ч 31 мин	12 ч 31 мин

Видно, что, несмотря на простоту метода, мы вычислили моменты начала и конца теневой фазы с точностью до двух минут. Ошибки для M_2 и M_3 могут быть обусловлены толщиной линий, проводимых на диаграмме, поскольку в этих случаях нижний край лунного диска касается нижнего края тени.

§ 70. Предвычисление солнечного затмения

Предвычисление солнечного затмения гораздо сложнее, чем лунного. Если вы посмотрите описание солнечного затмения в Астрономическом ежегоднике, то увидите карту мира, показывающую путь лунной тени и продолжительность затмения в каждой точке. Мы не будем ста-

раться достичь такой же степени детальности. Наши упрощенные вычисления будут проведены только для одной точки, и они предскажут нам, что следует ожидать.

Вновь нам потребуется ответить на вопрос, возможно ли затмение? Правило (а) из § 68 гласит, что для этого нужно новолуние, т. е. выполнение условия $\lambda_m - \lambda_\odot = 0^\circ$ (или 360°). Правило (д) указывает, что в это время угол между линией узлов и направлением на Солнце или Луну может отличаться от 0 или 180° не более чем на $18^\circ 31'$ (угол $\lambda_\odot - N'$, или $I'' - N'$).

26 февраля 1979 г. наблюдалось солнечное затмение. Мы проиллюстрируем наш метод, рассчитав обстоятельства затмения для точки наблюдения с координатами 100° з. д., 50° с. ш.

Во-первых, нам следует повторить расчеты из § 61, 62, 65. Для 16 ч 00 мин 50 с ЕТ 26 февраля 1979 г. мы получим:

$$\begin{aligned}\lambda_\odot &= 337,448^\circ \\ \lambda_m - \lambda_\odot &= -0,437^\circ \\ \lambda_m &= 337,011^\circ \\ \beta_m &= 0,992^\circ \\ \Delta\lambda &= 0,607 \text{ градус/час} \\ \Delta\beta &= -0,049 \text{ градус/час} \\ \theta &= 0,546^\circ \\ \rho'_m &= 0,949 \\ I'' &= 336,967^\circ \\ I'' - N' &= 168,87^\circ \\ N' &= 168,097^\circ\end{aligned}$$

$$\text{часовое движение Солнца} = 0,041 \text{ градус/час}$$

Теперь необходимо учесть геоцентрический параллакс. Вычисленные координаты λ_m и β_m точны для наблюдателя

Пример 70

Инструкция	Результат
1. Перейдем от λ_m и β_m к экваториальным координатам (§ 27)	$\alpha_m = 22,557500$ ч $\delta_m = -8,016944^\circ$
2. Находим видимое прямое восхождение и склонение, учитывая влияние параллакса (§ 36)	$\alpha'_m = 22,587070^\circ$ $\delta'_m = -8,844591^\circ$
3. Переходим от α'_m δ'_m к λ'_m β'_m используя метод § 28	$\lambda'_m = 337,113312^\circ$ $\beta'_m = 0,060038^\circ$

в центре Земли. Мы наблюдаем с поверхности из точки с координатами 100° з. д. и 52° с. ш.; требуемые эклиптические координаты, несколько отличающиеся от табличных, можно вычислить следующим образом:

После этого мы рассчитаем момент соединения в эклиптических координатах; при этом $\lambda'_m - \lambda_\odot = 0$. Строго говоря, мы должны были бы исправить за параллакс и координаты Солнца, однако здесь этой поправкой можно пренебречь ввиду ее малости.

В 16 ч 00 мин 50 с ЕТ $\lambda'_m - \lambda_\odot = -0,335^\circ$, т. е. Луне осталось пройти еще небольшое расстояние, чтобы закрыть диск Солнца. Скорость Луны по долготе составляет $\Delta\lambda = 0,607$ градус/час, так что Луна догоняла Солнце со скоростью $0,607 - 0,041 = 0,566$ градус/час. Расстояние $0,335^\circ$ было пройдено за $0,335/0,566 \text{ ч} = 0,627 \text{ ч} = 38 \text{ мин}$. Следовательно, соединение произошло в 16 ч 39 мин ЕТ. Долгота Солнца в этот момент составляла $337,448 + (0,627 \times 0,041) = 337,474^\circ$. Значит, величина $\lambda_\odot - N' - 180^\circ = -10,623^\circ$, что с запасом соответствовало правилу (д). Можно заключить, что затмение должно произойти (мы знаем, что оно наблюдалось на самом деле).

Теперь можно построить диаграмму затмения (рис. 40). Начнем с того же, что и для лунного затмения: проводим две горизонтальные прямые — одну для обозначения эклиптики, другую, ниже, для нанесения шкалы времени. Выбрав масштаб (скажем, $2 \text{ см} = 1 \text{ ч}$), разметим нижнюю прямую в часах так, чтобы момент соединения попал приблизительно на середину диаграммы. Теперь найдем точку P на эклиптике, соответствующую соединению, и проведем окружность с центром в P , изображающую Солнце. В наших вычислениях примем, что угловой радиус Солнца равняется $0,27^\circ$. Скорость движения Луны относительно Солнца составляет $0,566$ градус/ч. Следовательно, 2 см в нашем масштабе — это и 1 ч , и $0,566^\circ$, или $1^\circ = 3,543 \text{ см}$. Радиус Солнца, выраженный в сантиметрах в масштабе диаграммы, равен $0,27 \times 3,543 = 0,954 \text{ см}$.

Теперь нанесем вычисленное ранее положение Луны, используя исправленное значение β'_m . Для этого найдем точку, соответствующую 16 ч 00 мин 50 с ЕТ и $\beta'_m = 0,060^\circ$ ($= 0,212 \text{ см}$); обозначим ее буквой Q . Затем нужно

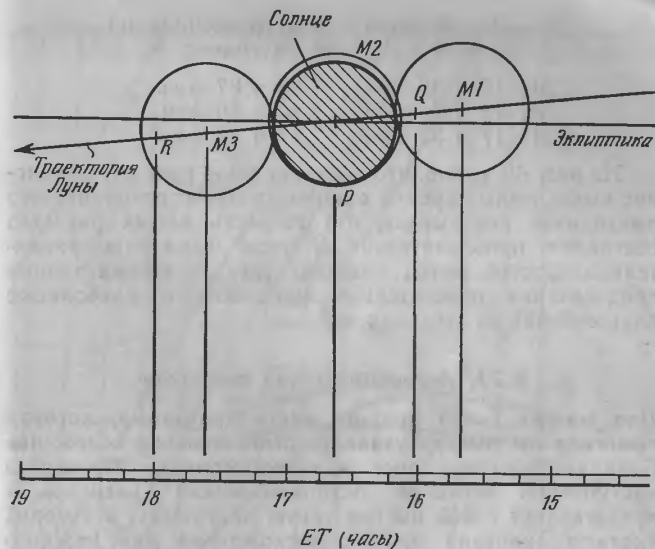


Рис. 40. Картина солнечного затмения 26 февраля 1979 г. для наблюдателя с координатами 100° з. д. и 50° с. ш.

найти положение Луны, например, через 2 ч. Это легко сделать, используя часовое движение по широте:

$$\beta_m = 0,060 - (0,049 \times 2) = -0,038^\circ = -0,13 \text{ см}.$$

Обозначим эту точку буквой R . Соединив Q и R прямой, получим траекторию движения Луны относительно Солнца. Нам осталось только начертить окружности с центрами, лежащими на QR , и правильными значениями радиусов ($\theta/2$), изображающие Луну, чтобы выяснить, как выглядело затмение в любой промежуточный момент времени. На рис. 40 мы отметили три положения Луны $M1$, $M2$ и $M3$, соответствующие началу, середине и концу затмения. Радиусы кругов равны $(0,546/2) \times 3,543 = 0,97 \text{ см}$. Ниже приведены результаты расчетов:

Вычисления	Астрономический ежегодник
M1 15 ч 39 мин	15 ч 37 мин
M2 16 ч 39 мин	16 ч 50 мин
M3 17 ч 35 мин	17 ч 52 мин

Из рис. 40 видно, что затмение было полным. Сравнение вычисленных времен с данными из Астрономического ежегодника показывает, что точность наших расчетов составляет приблизительно $\frac{1}{4}$ часа. Даже наш сравнительно простой метод позволил сделать весьма точные предсказания относительно вызывающего наибольшее благоговение из небесных явлений.

§ 71. Астрономический календарь

Для многих целей полезно иметь диаграмму, которая помогала бы быстро узнавать относительное положение Солнца, Луны и планет, а также моменты вероятного наступления затмений. Астрономический календарь и представляет собой именно такую диаграмму, в которой указаны значения прямых восхождений для каждого небесного тела на каждый день года. Диаграмма на 1980 г. изображена на рис. 41.

Удобнее (хотя и не обязательно) строить диаграмму на миллиметровой бумаге. Вертикальная ось размечается в днях (от 1 до 365 или 366) в масштабе, удобном для дальнейшего использования. Горизонтальная ось размечается в часах (от 0 до 24), причем время растет справа налево. Это соглашение обычно принимается астрономами для того, чтобы номограмма лучше передавала относительное расположение небесных тел для земного наблюдателя. Теперь можно начертить прямую для Солнца и прямую полуночи. Для этого достаточно вычислить прямое восхождение Солнца (см. § 42) для двух дней, разделенных несколькими месяцами, а затем провести прямую через полученные точки. В тех местах, где линия выйдет за пределы номограммы (как в *A* и *B* на рис. 41), ее нужно продолжить из противоположных точек (*A'* и *B'*). Получаемые прямые должны идти вправо вниз. Пометим их для Солнца значком $\odot$. Линии полуночи, помеченные

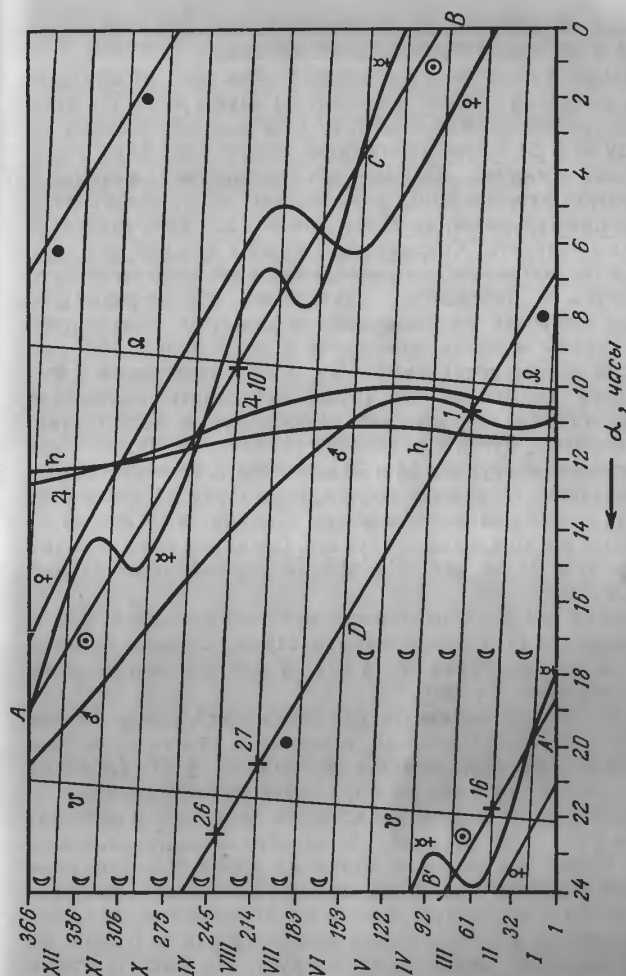


Рис. 41. Астрономический календарь на 1980 г.

значком $\bullet$, параллельны линиям Солнца, но смещены на 12 ч по шкале прямых восхождений.

Теперь нужно нанести линию Луны. Это можно сделать, вычислив прямое восхождение Луны для двух дней (разделенных примерно неделями) из каждого месяца по методу из § 61 и так же соединив полученные пары точек прямыми линиями. Однако эти вычисления длинны и несколько утомительны, если только ваш калькулятор непрограммируемый, поэтому, возможно, вам захочется немного схитрить. Координаты Луны на каждый час года даны в Астрономическом ежегоднике, в который вы можете заглянуть в библиотеке, однако эту же информацию можно получить из большинства обычных календарей, где указаны моменты новолуний и полнолуний. Мы уже нанесли линии соединений ($\odot$) и противостояний ($\bullet$), и теперь не составляет труда нарисовать положение Луны, начиная от моментов новолуния и полнолуния.

Например, пусть в календаре указано, что полнолуние и новолуние наступали 14 и 29 мая 1980 г. соответственно. Следовательно, прямое восхождение Луны 14 числа совпадало с прямым восхождением Солнца, а 29 числа — с прямым восхождением полуночи. Соединим эти две точки (точки C и D на рис. 41) прямой линией, отмечающей путь Луны.

Теперь мы должны нанести пути восходящего ($\odot$) и нисходящего ($\oslash$) узлов орбиты Луны. Средняя долгота первого из них равна N (§ 61), а для второго средняя долгота равна $N + 180^\circ$.

Найдем эти величины для двух дней, разделенных примерно шестью месяцами, и перейдем от них к прямым восхождениям при помощи метода из § 27 (полагая $\beta = 0$). Соединим каждую пару точек прямой линией.

Наконец, мы можем предсказать затмения. Как показано в § 68, затмение может произойти лишь тогда, когда Луна находится рядом с одним из узлов в полнолунии (лунное затмение) или в новолунии (солнечное затмение). Для этого нам следует найти на номограмме, в каких точках линии Луны, Солнца или полуночи и одного из узлов проходят близко друг к другу. На рис. 41 такие точки отмечены знаком «+» и указаны даты, в которые наблюдались затмения:

16 февраля	полное солнечное затмение
1 марта	полутеневое затмение Луны
27 июля	полутеневое затмение Луны
10 августа	кольцевое солнечное затмение
26 августа	полутеневое затмение Луны.

Для того чтобы номограмма была полной, на нее можно нанести линии больших планет: Меркурия (☿), Венеры (♀), Марса (♂), Юпитера (♃), Сатурна (♄), Урана (♅), Нептуна (♆) и Плутона (♇). Их положения можно вычислить по методу § 50.

Словарь терминов

- Азимут** — угол, измеряемый вдоль горизонта от точки севера в направлении север — восток — юг — запад.
- Альbedo планеты** — мера отражательной способности поверхности планеты; фактор, определяющий ее видимую яркость.
- Аномалия** — угол между большой осью орбиты и прямой, соединяющей движущееся по орбите тело и центр (или фокус) эллипса. *Эксцентрическая аномалия E* определяется на рис. 19 в § 43; *средняя аномалия M* и *истинная аномалия v* определяются на рис. 18 в § 42.
- Апоастр** — точка орбиты звезды-спутника, наиболее удаленная от главной звезды.
- Апогей** — точка орбиты тела вокруг Земли, наиболее удаленная от нее.
- Астрономическая единица** — величина большой полуоси земной орбиты вокруг Солнца.
- Астрономическая широта** — угол между астрономическим зенитом и плоскостью экватора.
- Астрономический ежегодник** — сборник таблиц, предсказывающих положения светил и обстоятельства астрономических явлений.
- Атмосферная рефракция** — кажущееся смещение положения небесного объекта, обусловленное преломлением лучей в атмосфере.
- Афелий** — точка на околосолнечной орбите, наиболее удаленная от Солнца.
- Большая полуось** — см. эллипс.
- Большой круг** — любая окружность на поверхности сферы, центр которой совпадает с центром сферы.
- Вариация** — поправка к орбитальному движению Луны вокруг Земли, которая учитывает зависимость от расстояния силы притяжения Луны Солнцем.
- Внешние планеты** — планеты Солнечной системы, большие полуоси орбит которых больше, чем большая полуось орбиты Земли. Внешними планетами являются Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун и Плутон.

- Внутренние планеты** — планеты, большие полуоси орбит которых меньше, чем у Земли; такими планетами являются Меркурий и Венера.
- Возмущение** — отклонение от эллиптического движения, вызванное притяжением остальных членов Солнечной системы.
- Восход** — момент, когда небесное тело, поднимаясь, пересекает плоскость горизонта.
- Время** — 1. *Солнечное время*: время, измеряемое по положению Солнца или воображаемого тела, называемого средним Солнцем (*среднее солнечное время*). Среднее гринвичское время, или всемирное время, как его еще называют, является просто средним солнечным временем, измеряемым на Гринвичском меридиане. Недавние измерения с помощью высокоточных атомных часов показали, что период вращения Земли непостоянен, вследствие чего было введено *эфемеридное время*, текущее с постоянной скоростью независимо от движения Земли. Эфемеридное и всемирное время почти совпадают. Британское летнее время опережает гринвичское среднее время на 1 ч и служит для максимального использования дневного света, причем часы переводятся так, чтобы рабочий день наилучшим образом совпадал со светлым временем суток.
2. *Звездное (сидерическое) время*: время, измеряемое по положению звезд. Местное звездное время в любой точке равно часовому углу точки весеннего равноденствия; на Гринвичском меридиане оно называется *гринвичским звездным*. Разница между истинным сидерическим и средним звездным временем учитывает небольшие периодические колебания земной оси, называемые нутацией, и может достигать 1,2 с. Первое из этих времен соответствует движению истинной точки весеннего равноденствия, а второе измеряется по положению воображаемой средней точки весеннего равноденствия, для которой нутация усреднена.
- Высота** — угол на небесной сфере между горизонтом и данной точкой.

Геоцентрические координаты — координаты, измеряемые по отношению к центру Земли. Таким образом, геоцентрическая широта — это угол между точкой на поверхности Земли и плоскостью экватора, измеряемый из центра Земли.

Геоцентрический параллакс — угол между направлениями от небесного тела на центр Земли и на точку наблюдения на поверхности Земли.

Главная звезда — более яркий компонент двойной звездной системы.

Год — интервал между двумя последовательными прохождениями Солнца через выбранную точку отсчета. Специально выбранная среди звезд точка используется для отсчета *сидерического (звездного) года*, равного 365,2564 средних солнечных суток. Для отсчета *тропического года*, содержащего 365,2422 средних солнечных суток, используется точка весеннего равноденствия. Если при употреблении слова «год» не указано, какой год имеется в виду, то подразумевается именно тропический год. Возмущение земной орбиты другими планетами вызывает небольшие изменения элементов ее орбиты. *Аномалистический год* (365,2596 средних солнечных суток) определяется как интервал между двумя последовательными прохождениями Солнца через перигей. *Бесселев год* — то же самое, что и тропический год, с той лишь разницей, что он отсчитывается от момента, когда прямое восхождение среднего Солнца в точности равно 280° , или 18 ч 40 мин. Этот момент близок к началу обычного гражданского года. Строго говоря, в астрономических вычислениях следует использовать именно бесселев год.

Годичное уравнение — поправка к орбитальному движению Луны, учитывающая изменение расстояния от Земли до Солнца из-за эллиптичности орбиты Земли.

Горизонтальный параллакс — геоцентрический параллакс называется *горизонтальным*, если наблюдаемое небесное тело находится на горизонте; термин *экваториальный горизонтальный параллакс* означает, что, кроме того, наблюдатель находится на экваторе.

Гравитация (тяготение) — сила взаимного притяжения,

действующая между любыми двумя телами; ее величина прямо пропорциональна произведению масс тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Гринвичский меридиан — половина большого круга на поверхности Земли, проходящего через Северный и Южный полюса и точку отсчета в г. Гринвиче (Англия). Долгота этого меридиана принята за 0° .

Долгота — угловая координата, отсчитываемая в основной плоскости от заданного направления; например, *эклиптическая долгота*, *галактическая долгота*. На Земле *географическая долгота* измеряется вдоль экватора. Эклиптическая долгота может измеряться либо относительно центра Земли (*геоцентрическая*), либо относительно центра Солнца (*гелиоцентрическая*).

Затмение — прохождение Луны через тень Земли (*лунное затмение*) или части поверхности Земли через лунную тень (*солнечное затмение*). Если во время наибольшей фазы затмения Луна или Солнце закрыты лишь частично, то это *частное затмение*, если полностью — то это *полное затмение*. Если во время солнечного затмения Луна закрывает центральную часть солнечного диска, оставляя видимым кольцо на его краю, то это *кольцеобразное затмение*.

Заход — момент, когда небесное тело пересекает плоскость горизонта, двигаясь сверху вниз.

Звезда-спутник — более слабый компонент визуально-двойной звездной системы.

Звездная величина — единица измерения блеска небесного объекта в логарифмической шкале.

Зенит — точка пересечения вертикали, проведенной в месте наблюдения вверх, и небесной сферы. *Зенитный угол*, или *зенитное расстояние*, — это угол между направлением на объект и на точку зенита.

Календарь — система исчисления дней в году. В *юлианском календаре*, введенном Юлием Цезарем, год состоит из 365 дней, а каждый четвертый — из 366. *Григорианский календарь*, введенный папой Григорием XIII в 1582 г. (и принятый в Англии с 1752 г.), является одним из широко используемых ныне. Его введение устранило ошибки юлианского календаря, удаляя лишние три дня каждые четыре столетия. Если номер года кратен 100, он считается високосным только в том случае, если его номер делится на 400.

Комета — диффузный объект, принадлежащий Солнечной системе, часто имеющий очень вытянутую орбиту, причем видимой комета становится только в окрестностях Солнца. Комета имеет яркую голову и диффузный хвост изменяющейся длины, всегда направленный от Солнца.

Кульминация — момент, когда небесный объект пересекает меридиан наблюдателя. Околополярные звезды пересекают плоскость меридиана над горизонтом два раза в сутки в *верхней* и *нижней кульминациях*.

Лунно-солнечная прецессия — медленное движение точки весеннего равноденствия вдоль экватора в сторону уменьшения долгот, обусловленное совместным влиянием притяжения Солнца и Луны на Землю, форма которой немного отличается от сферической.

Меридиан — половина большого круга небесной сферы, начинающаяся на Северном и заканчивающаяся на Южном полюсе. На Земле меридиан является линией постоянной долготы. На небесной сфере меридиан, проходящий через зенит, называется *небесным меридианом*, или меридианом наблюдателя.

Месяц — время, которое требуется Луне для совершения одного полного оборота по своей орбите. Для *драконического месяца* в качестве точки отсчета берется восходящий узел; его длина составляет 27,2122 средних солнечных суток. *Сидерический месяц* измеряется относительно звезд и длится 27,3217 сред-

них солнечных суток. Солнце используется как точка отсчета для *синодического месяца* продолжительностью 29,5306 средних солнечных суток, а перигей — для *аномалистического месяца*, продолжительностью 27,5546 средних солнечных суток.

Модифицированная юлианская дата — число суток, прошедших с 17 ноября 1858 г.

Наклон орбиты — угол между плоскостью орбиты и плоскостью эклиптики.

Наклон эклиптики — угол между плоскостью эклиптики и плоскостью экватора.

Небесная сфера — воображаемая сфера произвольного большого радиуса, обычно с центром на Земле. Удобно считать, что звезды расположены на поверхности этой сферы.

Нутация — небольшие периодические колебания оси вращения Земли.

Околополярные звезды — звезды, угловое расстояние которых от Северного или Южного полюса настолько мало, что они никогда не заходят за горизонт.

Орбита — путь в пространстве, по которому движется небесное тело под воздействием тяготения другого тела.

Орбитальный период — время, в течение которого тело совершает полный оборот по орбите.

Оскулирующие элементы — элементы, описывающие эллиптическую орбиту данного тела, если бы все возмущения мгновенно исчезли. Поскольку возмущения постоянно искажают орбиту любого тела Солнечной системы, оскулирующие элементы постоянно изменяются.

Параболическая орбита — орбита, на которой скорость движения в каждой точке равна скорости убегания.

Параллакс — величина, на которую смещается видимое положение небесного объекта при изменении точки наблюдения.

Пепельный свет Луны — темная часть лунного диска, освещенная светом, отраженным от Земли, и потому видимая при благоприятных условиях.

Периастр — ближайшая к звезде точка околозвездной орбиты.

Перигей — ближайшая к Земле точка околоземной орбиты.

Перигелий — ближайшая к Солнцу точка околосолнечной орбиты.

Планета — тело, движущееся по замкнутой орбите вокруг звезды. В Солнечной системе большими планетами являются (в порядке возрастания расстояния от Солнца) Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун и Плутон.

Позиционный угол — угол на небесной сфере, отсчитываемый от точки севера на восток от 0 до 360°.

Полдень — момент, когда Солнце пересекает небесный меридиан.

Полутень — внешняя часть тени, от небесного тела в которой источник света закрывается лишь частично.

Полюс — точка сферы, в которой ее пересекает проходящий через центр перпендикуляр к плоскости данного большого круга. В каждом случае имеются два полюса, называемые для краткости северным и южным. Например, *полюс эклиптики* или *полюс экватора*.

Полярное расстояние — угол на небесной сфере, измеряемый от полюса мира.

Поправка на поясное время — число часов, которое необходимо добавить или вычесть из гринвичского времени, чтобы получить поясное время.

Попытное движение — движение в направлении, противоположном тому, в котором обращаются планеты Солнечной системы. Из северного полюса мира это движение представляется направленным по часовой стрелке.

Прецессия — см. лунно-солнечная прецессия.

Противостояние — конфигурация, в которой два небесных объекта занимают относительно наблюдателя противоположные точки на небе. Противостоянием назы-

вают также ситуацию, при которой долготы объектов отличаются на 180°.

Прохождение — момент, когда небесное тело пересекает меридиан наблюдателя.

Прямое восхождение — в экваториальной системе координат угол, отсчитываемый от точки весеннего равноденствия в плоскости экватора в направлении юг — восток — север — запад.

Прямое движение — движение вокруг Солнца в том же направлении, что и обращение планет Солнечной системы. Из северного полюса мира это движение представляется направленным против часовой стрелки.

Равноденствие — момент, когда Солнце пересекает небесный экватор. Это происходит примерно 21 марта, когда прямое восхождение Солнца равно нулю (*весеннее равноденствие*), и около 22 сентября, когда его прямое восхождение 12 ч (*осеннее равноденствие*). Точки равноденствий на небесной сфере лежат на линии пересечения экватора и эклиптики.

Радиус-вектор — отрезок, соединяющий главный фокус с точкой, в которой находится тело в процессе своего движения по орбите.

Сарос — период повторения цикла лунных и солнечных затмений, равный 18 лет 11 суток и 8 часов.

Северный полюс мира — точка, в которой прямая, продолжающая ось вращения Земли через ее Северный полюс, пересекает небесную сферу.

Синодический период — время между двумя последовательными одноименными соединениями по долготе.

Системы координат — системы отсчета, при помощи которых положение каждой точки пространства может быть однозначно определено. В астрономии системы координат получают название по имени основных плоскостей, на которых они строятся. Так, в *эклиптической системе* координат долгота измеряется углом,

отсчитываемым от точки весеннего равноденствия Υ в плоскости эклиптики, а широта — угловым расстоянием от этой плоскости. В *экваториальной системе координат* прямое восхождение измеряется от точки Υ в плоскости земного экватора, а склонение — угловым расстоянием от этой плоскости. В *горизонтальной системе координат* азимут отсчитывается от точки севера вдоль горизонта в направлении север — восток — юг — запад, а высота определяется как угол между точкой на небе и плоскостью горизонта. В *галактической системе координат* положение определяется долготой — углом, измеряемым в плоскости Галактики от направления на галактический центр, и широтой, измеряемой перпендикулярно галактической плоскости. *Гелиографические координаты* позволяют измерить положение любой точки на поверхности Солнца по отношению к солнечному экватору и основному меридиану (меридиану Кэррингтона), который считается вращающимся с постоянной скоростью.

Склонение — в экваториальной системе координат угловое расстояние от плоскости экватора (положительное к северу и отрицательное к югу).

Соединение — момент, когда для данного наблюдателя два небесных тела занимают одно и то же положение на небе или имеют одинаковую координату. Например, гелиоцентрическое соединение или соединение по прямому восхождению.

Солнечная система — Солнце, а также планеты, кометы, астероиды и другие тела, обращающиеся вокруг Солнца по замкнутым орбитам.

Среднее Солнце — воображаемое небесное тело, движущееся с постоянной скоростью вдоль небесного экватора и совершающее полный оборот за то же время, что и реальное Солнце (1 год).

Стационарный спутник Земли — тело, обращающееся вокруг Земли в плоскости экватора в таком направлении и на такой высоте, что его орбитальный период равен одним суткам и, следовательно, его положение относительно земной поверхности остается неизменным.

Сумерки — период полумрака после захода и перед восходом Солнца, в течение которого зенитное расстояние Солнца больше 90° и меньше, чем определенная величина. Эта величина равна 108° для астрономических сумерек и 96° для гражданских.

Сутки — интервал между двумя последовательными прохождениями через меридиан наблюдателя одной и той же звезды (*звездные сутки*), Солнца (*истинные солнечные сутки*) или воображаемого объекта, который движется с постоянной скоростью вдоль экватора и называется средним Солнцем (*средние солнечные сутки*).

Терминатор — граница между освещенной и затененной полусферами на поверхности тела Солнечной системы.

Узел — точка на небесной сфере, в которой большой круг, изображающий орбиту, пересекается с плоскостью эклиптики. Тот узел, где тело переходит из-под плоскости эклиптики снизу вверх (из южного полушария), называется *восходящим*, а противоположный узел — *нисходящим*.

Уравнение времени — разность между истинным и средним солнечным временем.

Уравнение Кеплера — соотношение, выражающее связь между средней и эксцентрической аномалиями:

$$E - e \sin E = M,$$

где все углы выражены в радианах.

Уравнение центра — зависимость между истинной и средней аномалиями, которая является приближенным решением уравнения Кеплера. В простейшем виде оно записывается так:

$$v = M + 2e \sin M,$$

где v и M выражены в радианах.

Фаза — 1. *Фаза Луны и планет*: освещенная часть диска. Когда темная часть Луны обращена к Земле, фаза Луны равна нулю и называется *новолунием*. *Первая* и *третья четверти* соответствуют фазе половина; при этом говорят, что Луна находится в *квадратуре*. В *полнолуние* фаза луны равна единице.

2. *Фаза затмения*: стадия лунного или солнечного затмения, в течение которой затмеваемое тело покрыто тенью частично (*частная фаза*) или целиком (*полная фаза*). Во время лунного затмения Луна находится в полутени Земли в полутеневой фазе и закрывается частично или полностью тенью Земли в теневой фазе.

Фигура Земли — истинная форма Земли как физического тела. Она часто аппроксимируется сфероидом вращения — геометрическим телом, в котором каждое сечение параллельно экватору является окружностью, а любое сечение, параллельное оси вращения, — эллипс, малая ось которого совпадает с диаметром, соединяющим Северный и Южный полюса.

Фокус эллипса — см. *эллипс*.

Часовой пояс — меридиональные пояса на поверхности Земли, для которых установлено единое поясное время в качестве местного гражданского. Поясное время на целое число часов опережает или отстает от среднего гринвичского времени.

Широта — угловая координата, измеряемая перпендикулярно основной плоскости (положительная к северу и отрицательная к югу).

Эвекция — поправка к движению Луны по орбите вокруг Земли, учитывающая небольшие изменения эксцентриситета лунной орбиты.

Экватор — плоскость, перпендикулярная оси вращения Земли и проходящая через ее центр.

Эклиптика — плоскость орбиты Земли вокруг Солнца.

Экстинкция — ослабление световых лучей и изменение их цвета по мере прохождения через какую-нибудь среду, например атмосферу планеты.

Эксцентриситет — мера вытянутости эллипса, равная отношению расстояния от фокуса до центра к большой полуоси.

Элементы орбиты — набор величин, однозначно определяющий орбиту небесного тела и его положение на орбите.

Эллипс — гладкая замкнутая кривая овальной формы, частным случаем которой является окружность. Эллипс описывается точкой, движущейся так, что сумма расстояний от нее до двух заданных точек, называемых *фокусами*, остается постоянной. Наибольший диаметр эллипса, проходящий через оба фокуса и центр, называется *большой осью*, а часть ее, заключенная между центром и кривой, называется *большой полуосью*.

Элонгация относительно Солнца — угол между направлением на Солнце и направлением на наблюдаемый объект.

Эпоха — момент, выбранный как начальная точка отсчета времени.

Юлианская дата — число суток, прошедших от среднего гринвичского полдня 1 января 4713 г. до нашей эры. Например, день 1 января 1975 г. в 12 ч. всемирного времени соответствует юлианской дате 2 442 414. См. *модифицированная юлианская дата*.

Обозначения и сокращения

☉ Солнце	♄ Сатурн
● полночь; новолуние	♅ Уран
☾ Луна	♆ Нептун
☿ Меркурий	♇ Плутон
♀ Венера	♈ точка весеннего равноденствия
♁ Земля	♊ восходящий узел
♂ Марс	♋ нисходящий узел
♃ Юпитер	

α	прямое восхождение
β	геоцентрическая эклиптическая широта
δ	склонение
Δ	разность; ошибка
ϵ	элонгация; наклон эклиптики; долгота планеты в эпоху
ϵ_g	геоцентрическая долгота Солнца в эпоху
ζ	видимое зенитное расстояние
θ	угловой диаметр; смещение
λ	геоцентрическая эклиптическая долгота
π	параллакс; постоянная = 3,141 592 654 ...
ω	гелиоцентрическая долгота перигелия
ω_g	геоцентрическая долгота солнечного перигея
ρ	расстояние
τ	время распространения света
ϕ	географическая широта
ϕ'	геоцентрическая широта
χ	позиционный угол
φ	гелиоцентрическая эклиптическая широта; высота над горизонтом
♊	долгота восходящего узла
$\tilde{\omega}$	аргумент перигелия

$\Delta\lambda$	часовое перемещение Луны по эклиптической долготе
$\Delta\beta$	часовое перемещение Луны по эклиптической широте
ΔA	поправка азимута
A	азимут; фактор яркости планеты
A_e	годовая поправка
A_3	третья поправка для средней аномалии Луны
A_4	четвертая поправка для средней аномалии Луны
AU	астрономическая единица (в советской литературе а.е.)
a	высота; большая полуось
B	гелиографическая широта
BST	британское летнее время
b	галактическая широта
CRN	кэррингтонов номер оборота Солнца
DEC	склонение
D	возраст Луны или планеты; число дней, прошедших с определенного момента
d	число дней; угол
E	эксцентрическая аномалия; значения уравнения времени
E	точка востока на горизонте
E_c	поправка, вносимая в уравнение центра
ET	эфемеридное время
E_v	эвекция
e	эксцентриситет
F	фаза
GMT	гринвичское среднее время
GST	гринвичское звездное время
H	часовой угол
I	наклон солнечного экватора
i	наклонение
JD	юлианская дата
L	гелиоцентрическая долгота Земли или гелиографическая долгота
LST	местное звездное время
l	галактическая долгота; долгота Луны в орбите; гелиоцентрическая долгота планеты
M	средняя аномалия

MJD	модифицированная юлианская дата
m	звездная величина; константа прецессии
N	точка севера на горизонте; долгота восходящего узла
NCP	северный полюс мира
NP	северный полюс
n	постоянная прецессии
P	экваториальный горизонтальный параллакс; угол
p	параллакс
q	расстояние в перигелии
R	угол рефракции; расстояние от Земли до Солнца
RA	прямое восхождение
r	радиус-вектор
r_0	большая полуось орбиты
S	точка юга на горизонте
SCP	южный полюс мира
SP	южный полюс
S_p	радиус земной полутени
ST	сидерическое время
S_u	радиус тени Земли
T_p	период обращения по орбите
t, t_0	эпоха
UT	всемирное время
V	вариация
W	точка запада на горизонте
Y	число лет
z	истинное зенитное расстояние

Оглавление

Предисловие редактора перевода	5
Предисловие ко второму изданию	8
Об этой книге и как ею пользоваться	10

Время

§ 1. Календарь	13
§ 2. Предвычисление пасхи	15
§ 3. Пересчет даты в порядковый номер дня года	17
§ 4. Юлианские дни	20
§ 5. Пересчет юлианской даты в календарную дату	21
§ 6. Определение дня недели	22
§ 7. Перевод часов, минут и секунд в часы и десятичные доли часа	23
§ 8. Перевод часов и десятичных долей часа в часы, минуты и секунды	24
§ 9. Перевод местного поясного времени в гринвичское среднее время (GMT, UT)	25
§ 10. Перевод гринвичского среднего времени (GMT) в местное поясное время	26
§ 11. Звездное время (ST)	27
§ 12. Перевод гринвичского среднего времени (GMT) в гринвичское звездное время (GST)	28
§ 13. Перевод гринвичского звездного времени (GST) в гринвичское местное время (GMT)	30
§ 14. Местное звездное время	31
§ 15. Переход от местного звездного времени (LST) к гринвичскому звездному времени (GST)	32
§ 16. Эфемеридное время	33

Системы координат

§ 17. Горизонтальные координаты	35
§ 18. Экваториальные координаты	37
§ 19. Эклиптические координаты	40
§ 20. Галактические координаты	41
§ 21. Перевод градусов и десятичных долей градуса в градусы, минуты, секунды	42

- § 22. Переход от градусной меры углов к часовой 43
- § 23. Переход от одной системы координат к другой 43
- § 24. Переход от прямого восхождения к часовому углу 44
- § 25. Переход от экваториальных координат к горизонтальным 45
- § 26. Переход от горизонтальных координат к экваториальным 47
- § 27. Переход от эклиптических координат к экваториальным 49
- § 28. Переход от экваториальных координат к эклиптическим 51
- § 29. Переход от экваториальных координат к галактическим 52
- § 30. Переход от галактических координат к экваториальным 53
- § 31. Угол между двумя небесными объектами 54
- § 32. Восход и заход 55
- § 33. Прецессия 59
- § 34. Рефракция 61
- § 35. Геоцентрический параллакс и фигура Земли 64
- § 36. Вычисление поправки за параллакс 67
- § 37. Гелиографические координаты 70
- § 38. Номер оборота по Кэррингтону 75
- § 39. Атмосферное ослабление света 75

Солнце

- § 40. Орбиты небесных тел 77
- § 41. Видимая орбита Солнца 79
- § 42. Вычисление положения Солнца 79
- § 43. Более точное вычисление положения 82
- § 44. Вычисление расстояния до Солнца и угловых размеров Солнца 86
- § 45. Восход и заход Солнца 86
- § 46. Сумерки 89
- § 47. Уравнение времени 90
- § 48. Элонгация относительно Солнца 93

Планеты, кометы и двойные звезды

- § 49. Орбиты планет 94
- § 50. Вычисление координат планеты 96
- § 51. Определение приближенных положений планет 103
- § 52. Возмущения планетных орбит 104
- § 53. Расстояние, световой промежуток и угловой поперечник планеты 107
- § 54. Фазы планет 109
- § 55. Позиционный угол светлого лимба 110
- § 56. Видимый блеск планеты 111
- § 57. Кометы 114
- § 58. Параболические орбиты 120
- § 59. Орбиты двойных звезд 123

Луна и затмения

- § 60. Орбита Луны 128
- § 61. Вычисление положения Луны 131
- § 62. Часовое движение Луны 135

- § 63. Фазы Луны 136
- § 64. Позиционный угол светлого лимба Луны 138
- § 65. Расстояние до Луны, ее угловой размер и горизонтальный параллакс 138
- § 66. Восход и заход Луны 141
- § 67. Затмения 143
- § 68. «Правила» затмений 146
- § 69. Предвычисление лунного затмения 146
- § 70. Предвычисление солнечного затмения 150
- § 71. Астрономический календарь 154

Словарь терминов 158

Обозначения и сокращения 170

Уважаемый читатель!

Ваши замечания о содержании книги, ее оформлении, качестве перевода и др. просим присылать по адресу: 129820, Москва, И-110, ГСП, 1-й Рижский пер., дом 2, изд-во «Мир».

Петер Даффет-Смит

ПРАКТИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ
С КАЛЬКУЛЯТОРОМ

Научный редактор Л. В. Самсоенко
Мл. редактор Н. В. Корниенко
Художник В. К. Бисенгалиев
Художественный редактор М. Н. Кузьмина
Технический редактор Е. В. Ящук, А. П. Ермакова
Корректор Н. Н. Яковлева

ИБ № 2921

Сдано в набор 09.03.82

Подписано к печати 22.09.82

Формат 84×108¹/₃₂ Бумага типографская № 1
Гарнитура литературная Печать высокая Объем 2 75
бум. л. Усл. печ. л. 9,24 Усл. кр.-отт. 9,38
Уч.-изд. л. 7,87 Изд. № 27/1884 Тираж 10 000 экз.
Зак. 1045 Цена 40 коп.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
Москва, 1-й Рижский пер., 2

Ярославский полиграфкомбинат Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР по делам изда-
тельства, полиграфии и книжной торговли
150014, Ярославль, ул. Свободы, 97

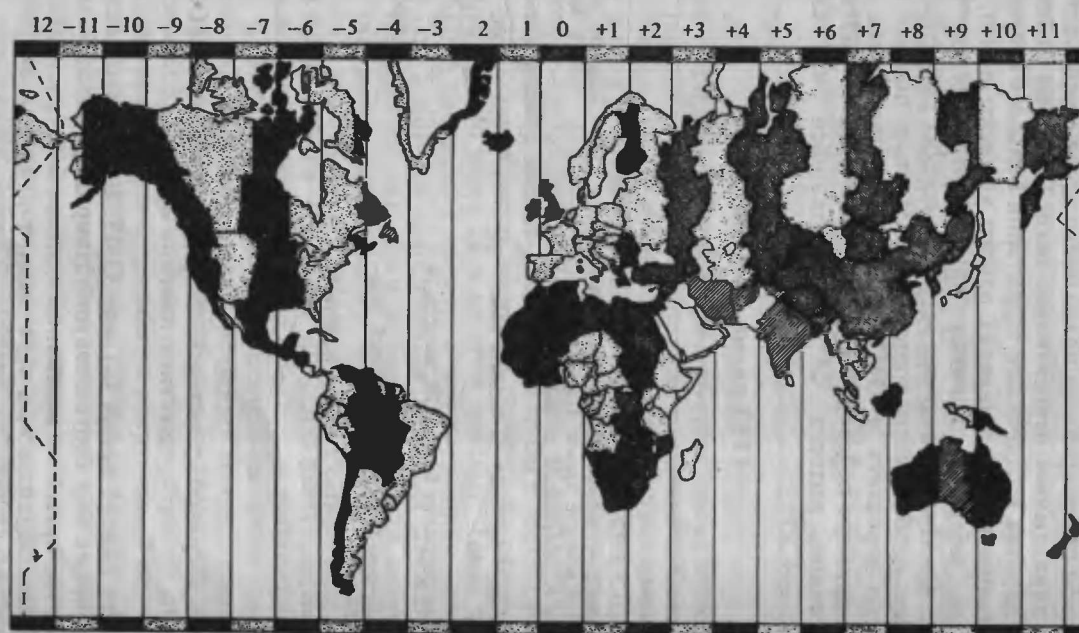


Рис. 2. Карта часовых поясов. На приведенной карте из-за мелкого масштаба видно лишь общее распределение часовых поясов на земном шаре. Если поправка за поясное время неизвестна, то вы можете определить ее по радио сигналам времени, зная поясное время передающей радиостанции

Таблица 7

Элементы орбит планет, эпоха 1980,0

Планеты	Период T_p (тропические годы)	Долгота в эпоху ϵ (градусы)	Долгота перигелия ω (градусы)	Эксцентриситет орбиты e	Большая полуось орбиты a (а. е.)	Наклонение орбиты i (градусы)	Долгота восходящего узла Ω (градусы)	Угловой диаметр на 1 а. е. θ_0 (сек. дуги)	Фактор блеска A (а. е.) ²
Меркурий	0,24085	231,2973	77,1442128	0,2056306	0,3870986	7,0043579	48,0941733	6,74	$1,918 \cdot 10^{-6}$
Венера	0,61521	355,73352	131,2895792	0,0067826	0,7233316	3,394435	76,4997524	16,92	$1,721 \cdot 10^{-5}$
Земля	1,00004	98,833540	102,596403	0,016718	1,000000				
Марс	1,88089	126,30783	335,6908166	0,0933865	1,5236883	1,8498011	49,4032001	9,36	$4,539 \cdot 10^{-6}$
Юпитер	11,86224	146,966365	14,0095493	0,0484658	5,202561	1,3041819	100,2520175	196,74	$1,994 \cdot 10^{-4}$
Сатурн	29,45771	165,322242	92,6653974	0,0556155	9,554747	2,4893741	113,4888341	165,60	$1,740 \cdot 10^{-4}$
Уран	84,01247	228,0708551	172,7363288	0,0463232	19,21814	0,7729895	73,8768642	65,80	$7,768 \cdot 10^{-5}$
Нептун	164,79558	260,3578998	47,8672148	0,0090021	30,10957	1,7716017	131,5606494	62,20	$7,597 \cdot 10^{-5}$
Плутон	250,9	209,439	222,972	0,25387	39,78459	17,137	109,941	8,20	$4,073 \cdot 10^{-6}$

1. а. е. = $149,6 \cdot 10^6$ км.

Элементы орбиты Плутона — оскулирующие элементы в эпоху 1980 январь 2,0.

Таблица 8
Элементы орбит некоторых периодических комет

	Эпоха прохождения перигелия	Долгота перигелия ω (градусы)	Долгота восходящего узла (градусы)	Период T_p (годы)	Большая полуось орбиты a (а. е.)	Эксцентриситет орбиты e	Наклонение орбиты i (градусы)
Энке — Баклунда	1974,32	160,1	334,3	3,30	2,209	0,847	12,0
Темпеля 2	1972,87	310,2	119,3	5,26	3,024	0,549	12,5
Ханеды — Кампоса	1978,77	12,016	131,700	5,37	3,066	0,64152	5,805
Швассмана — Вахмана 2	1974,70	123,3	126,0	6,51	3,489	0,386	3,7
Борелли	1974,36	67,8	75,1	6,76	3,576	0,632	30,2
Уиппла	1970,77	18,2	188,4	7,47	3,821	0,351	10,2
Отерма	1958,44	150,0	155,1	7,88	3,958	0,144	4,0
Шомасса	1960,29	138,1	86,2	8,18	4,054	0,705	12,0
Комас — Сола	1969,83	102,9	62,8	8,55	4,182	0,577	13,4
Швассмана — Вахмана 1	1974,12	334,1	319,6	15,03	6,087	0,105	9,7
Неуймина 1	1966,94	334,0	347,2	17,93	6,858	0,775	15,0
Кроммелина	1956,82	86,4	250,4	27,89	9,173	0,919	28,9
Ольберса	1956,46	150,0	85,4	69,47	16,843	0,930	44,6
Понса — Брукса	1954,39	94,2	255,2	70,98	17,200	0,955	74,2
Галлея	1986,112	170,0110	58,1540	76,0081	17,9435	0,9673	162,2384

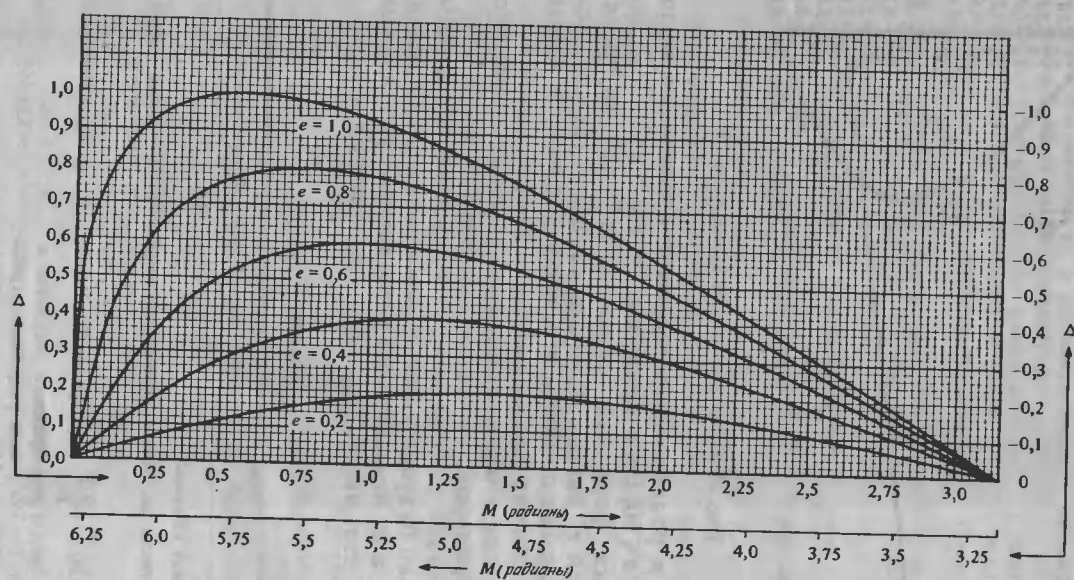


Рис. 28. График уравнения Кеплера. Левая шкала и верхняя шкала M предназначены для M между 0 и 3,14. Правая шкала и нижняя шкала M — для M между 3,14 и 6,28.

Таблица 9

Элементы орбит некоторых двойных звезд

Название	Период T (тропич. год)	Эпоха прохождения периастро t	Долгота периастро ω (градусы)	Эксцентриситет e	Большая полуось орбиты a (сск. дуги)	Наклоение орбиты i (градусы)	Позиционный угол восходящего узла Ω (градусы)
η Северной Короны	41,623	1934,008	219,907	0,2763	0,907	59,025	23,717
γ Девы	171,37	1836,433	252,88	0,8808	3,746	146,05	31,78
η Кассиопеи	480	1889,6	268,59	0,497	11,9939	34,76	278,42
ζ Ориона	1508,6	2070,6	47,3	0,07	2,728	72,0	155,5
α Большого Пса (Сириус)	50,09	1894,13	147,27	0,5923	7,500	136,53	44,57
δ Близнецов	1200	1437	57,19	0,1100	6,9753	63,28	18,38
α Близнецов (Кастор)	420,07	1965,3	261,43	0,33	6,295	115,94	40,47
α Малого Пса (Процион)	40,65	1927,6	269,8	0,40	4,548	35,7	284,3
α Центавра	79,920	1955,56	231,560	0,516	17,583	79,240	204,868
α Скорпиона (Антарес)	900	1889,0	0,0	0,0	3,21	86,3	273,0

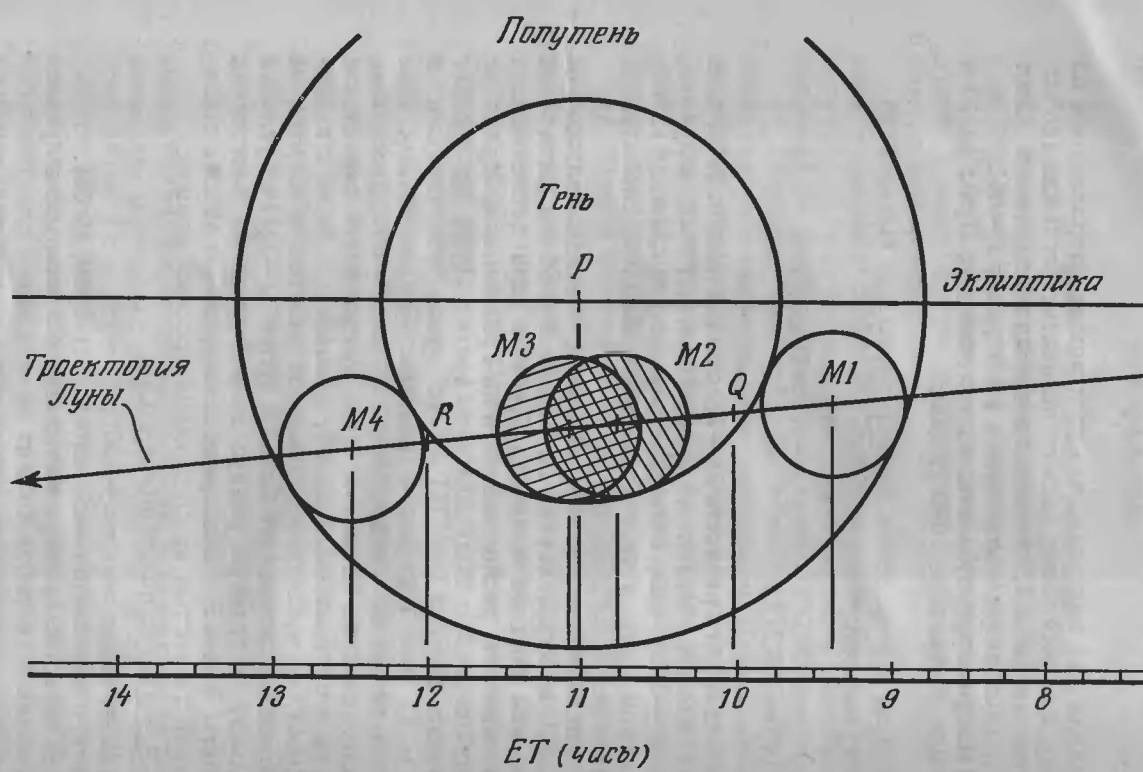


Рис. 39. Лунное затмение 6 сентября 1979 г. Масштаб: 1 ч = 2 см. GMT = ET - 50 с.

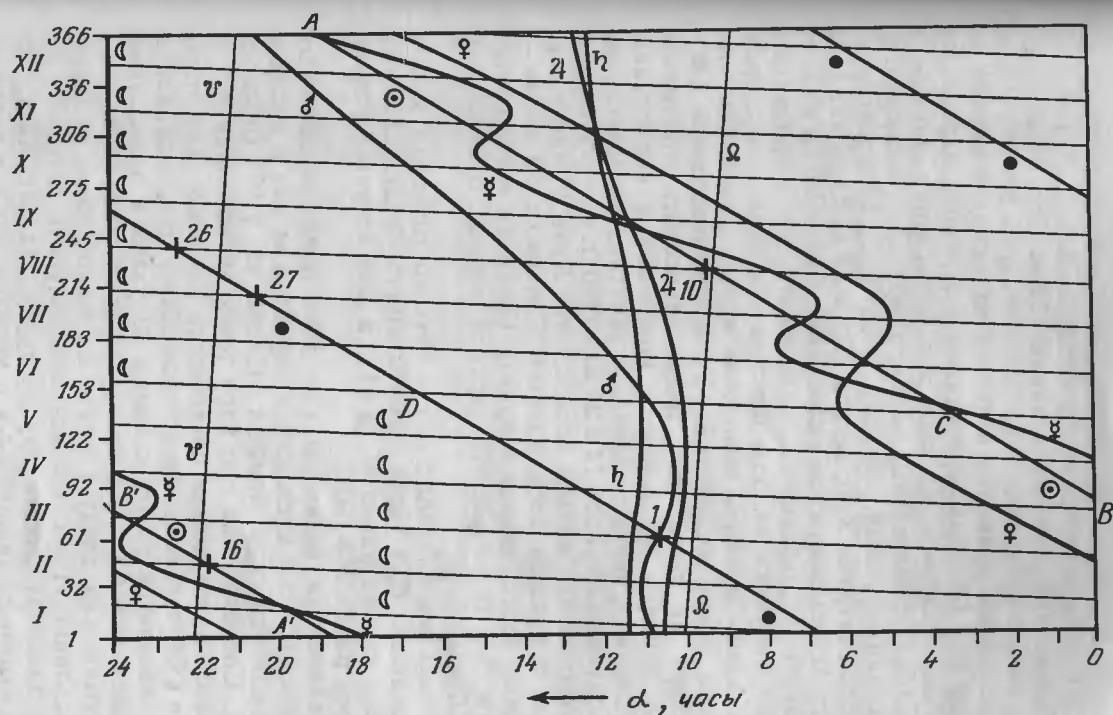


Рис. 41. Астрономический календарь на 1980 г.